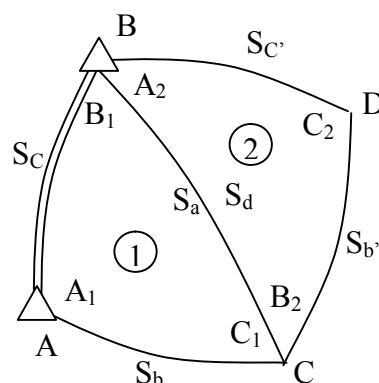


**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ІНСТИТУТ ЕКОНОМІКИ  
І УПРАВЛІННЯ**

**Р.М. Літнарівч**

**ОСНОВИ ВИЩОЇ ГЕОДЕЗІЇ  
ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ**



Для студентів очної та заочної форм навчання по спеціальності  
7.07 09 04 – “Землевпорядкування та кадастр”

**Затверджено на засіданні вченої Ради ЧДІЕіУ**

Чернігів – 2002

УДК 528.21.3(075.8)

Літнарівич Р.М. Основи вищої геодезії. Лабораторний практикум для студентів очної та заочної форм навчання по спеціальності 7.07 09 04 – землевпорядкування та кадастр. ЧДіЕУ, Чернігів, -92с.

Рецензенти: Боровий В.О., - д.т.н., професор  
Войтенко С.П., - д.т.н., професор  
Канівець В.І., - д.с.-х.н., професор

Вивчення основ вищої геодезії складається з прослуховування лекцій (на настановній сесії для студентів-заочників), самостійної роботи, виконання контрольної роботи і виконання лабораторних робіт під час екзаменаційної сесії. Завершується курс захистом контрольної роботи і захистом лабораторних робіт та здачею іспиту з усього курсу.

В лабораторному практикумі приводиться 15 лабораторних робіт, які виконуються студентами при вивченні курсу «Основи вищої геодезії». Крім того, дається 4 розрахунково-графічні роботи для індивідуальної роботи студентів при виконанні домашніх робіт.

Ключові слова- еліпсоїд, меридіан, координати, головні геодезичні задачі

Изучение основ высшей геодезии состоит из прослушивания лекций (на установочной сессии для студентов-заочников), самостоятельной работы, выполнения контрольной работы и выполнения лабораторных работ, во время экзаменационной сессии. Завершается курс защитой контрольной работы и защитой лабораторных работ и сдачей экзамена из всего курса.

В лабораторном практикуме приводится 15 лабораторных работ, которые выполняются студентами при изучении курса «Основы высшей геодезии». Кроме того, дается 4 расчетно-графических работы для индивидуальной работы студентов при выполнении домашних работ.

Ключевые слова- эллипсоид, меридиан, координаты, главные геодезические задачи.

The study of bases of higher geodesy consists of listening of lectures (on an adjusting session for students-external students), independent work, implementation of control work and implementation of laboratory works, during an examination session. A course is completed by defence of control work and defence of laboratory works and handing over of examination from all of course.

15 laboratory works over, which are executed the students at the study of course of «Basis of higher geodesy, are brought in laboratory practical work». In addition 4 calculation-graphic works are given for individual work of students at implementation of home-works.

Key words- ellipsoid, meridian, co-ordinates, main geodesic tasks.

## ЗМІСТ

1. Загальні вказівки.....	4
2. Література.....	5
3. Лабораторна робота № 1.....	6
4. Лабораторна робота № 2.....	9
5. Лабораторна робота № 3.....	10
6. Лабораторна робота № 4.....	15
7. Лабораторна робота № 5.....	17
8. Лабораторна робота № 6.....	21
9. Лабораторна робота № 7.....	26
10. Лабораторна робота № 8.....	32
11. Лабораторна робота № 9.....	39
12. Лабораторна робота № 10.....	44
13. Лабораторна робота № 11.....	46
14. Лабораторна робота № 12.....	51
15. Лабораторна робота № 13.....	54
Теоретична геодезія	
16. Лабораторна робота № 14.....	55
17. Лабораторна робота № 15.....	59
18. Розрахунково-графічна робота №1. Обчислення довжини дуги меридіана, паралелі, довжин рамок стероїдної трапеції і її площі.....	66
19. Розрахунково-графічна робота №2. Рішення головних геодезичних задач.....	70
20. Розрахунково-графічна робота №3. Проектування триангуляції 2 класу з еліпсоїда на площину в проекції Гаусса – Крюгера.....	78
21. Розрахунково-графічна робота №4. Редукування сторін і кутів в триангуляції.....	86

## Загальні вказівки

Вивчення основ вищої геодезії складається з прослуховування лекцій на настановній сесії, самостійної роботи, виконання контрольної роботи і виконання лабораторних робіт під час екзаменаційної сесії. Завершується курс захистом контрольної роботи і захистом лабораторних робіт та здачею іспиту з усього курсу.

До іспиту необхідно підготувати наступні питання:

1. Задачі вищої геодезії.
2. Задачі сфероїдної геодезії.
3. Основні параметри земного еліпсоїда і співвідношення між ними.
4. Системи координат, які використовуються у вищій геодезії і зв'язок між ними.
5. Головні радіуси кривизни в даній точці еліпсоїда
6. Середній радіус кривизни.
7. Обчислення довжини дуги меридіана.
8. Обчислення довжини дуги паралелі.
9. Обчислення площ знімальних трапецій та їх рамок.
10. Взаємні нормальні січення.
11. Геодезична лінія.
12. Розходження взаємних нормальних січень.
13. Довжина дуги нормального січення.
14. Кути між взаємними нормальними січеннями і геодезичною лінією.
15. Положення геодезичної лінії відносно взаємних нормальних січень.
16. Рішення сферичних трикутників за теоремою Лежандра.
17. Рішення трикутників за способом аддитаментів.
18. Рішення прямої і оберненої геодезичної задачі за способом допоміжної точки.
19. Рішення прямої геодезичної задачі за формулами із середніми аргументами.
20. Рішення оберненої геодезичної задачі за формулами із середніми аргументами.
21. Теорія Гауса конформного зображення еліпсоїда на кулі.
22. Рішення головної геодезичної задачі за способом Бесселя.
23. Рішення оберненої геодезичної задачі за способом Бесселя.
24. Диференційні формули першого роду.
25. Диференційні формули другого роду.
26. Конформна проекція Гауса-Крюгера еліпсоїда на площину.
27. Формули для визначення конформних плоских координат  $X$  і  $Y$  за геодезичними координатами  $B$  і  $L$ .

28. Формули для обчислення геодезичних координат за координатами Гауса-Крюгера.
29. Формули для обчислення зближення меридіанів на площині.
30. Формули для обчислення масштабу зображень.
31. Формули для переходу від віддалей на еліпсоїді до віддалей на площині.
32. Формули для обчислення поправок в напрямок за кривизну зображення геодезичної лінії на площині.
33. Перетворення координат Гауса-Крюгера із однієї зони в другу.
34. Нанесення кілометрових ліній на планшеті топографічного знімання.  
Вставка географічної сітки в прямокутну.

## Література

1. Закатав П.С. Курс высшей геодезии. М., Недра, 1976 – 511 с.
2. Зданович В.Г. Высшая геодезия. М., Углетехиздат, 1954 – 279 с.
3. Морозов Н.П. Курс сфероидической геодезии. М., Недра, 1969 – 304 с.
4. Урмаев Н.А. Сфероидическая геодезия. Редакционно-издательский отдел ВТС, М., 1955 – 168 с.
5. Филипов А.Е. Вычисление длин дуг меридианов и параллелей. Расчёт рамок и вычисление площади съёмочной трапеции. Методические указания к лабораторной работе по курсу «Высшая геодезия», Львов, ЛПИ, 1988.
6. Денисов О.М. Русин М.І. Методичні вказівки та контрольні роботи з курсу “Вища геодезія” для студентів 5 курсу заочної форми навчання спеціальності “Прикладна геодезія”. Львів, Львівська політехніка, 1994.
7. Филипов А.Е., Денисов А.Н. Решение прямой геодезической задачи. Методические указания к выполнению заданий по курсу “Высшая геодезия”, Львов, ЛПИ, 1982.
8. Літнарівч Р.М. Основи вищої геодезії. Курс лекцій для студентів денної і заочної форм навчання спеціальності 7.07 09 06- Землевпорядкування. Шифр № 076-55. УДАВГ, Рівне, 1998.- 134 с.
9. Літнарівч Р.М. Основи вищої геодезії. Навчальний посібник для студентів денної і заочної форм навчання спеціальності 7.07 09 04- Землевпорядкування та кадастр. , ЧДІЕіУ, Чернігів, 2002.- 147 с.

## Лабораторна робота №1

### 1. ОБЧИСЛЕННЯ ДОВЖИНИ ДУГИ МЕРИДІАНА

Довжина дуги меридіана на еліпсоїді між точками з широтами  $B_1$  і  $B_2$ , визначається еліптичним інтегралом який має вигляд [5] :

$$S_M = \int_{B_1}^{B_2} M dB = a(1 - e^2) \int_{B_1}^{B_2} (1 - e^2 \sin^2 B)^{-\frac{3}{2}} dB, \quad (1.1)$$

який не береться в елементарних функціях. Тому використані для обчислення формули є дещо наближеними. В цій формулі  $e^2$  - ексцентриситет.

Розкладаючи підінтегральний вираз в ряд, який сходиться, за степенями першого ексцентриситету  $e^2$  і виконуючи почленне інтегрування, отримуємо формулу:

$$S_M = M_m \frac{(B_2 - B_1)}{\rho''} \left[ 1 + \frac{1}{8} e^2 \frac{(B_2 - B_1)^2}{\rho''^2} \cos 2B_m \right], \quad (1.2)$$

похибка якої не перевищить 1 см при довжині дуги  $S < 400$  км.

Використовуючи формулу Сімпсона числового інтегрування, одержимо другу формулу для обчислення  $S_M$ :

$$S_M = \frac{(B_2 - B_1)}{6\rho''} (M_1 + 4M_m + M_2). \quad (1.3)$$

Похибка формули 1.3 не перевищує 1-2 см при довжині дуги до 500 км. У наведених далі формулах  $B_1$ ,  $B_2$  - широти кінцевих точок дуги;

$$B_m = \frac{1}{2}(B_1 + B_2) - \text{середня широта},$$

$M_m$  - радіус кривизни меридіана в точці з широтою  $B_m$ .

Якщо довжина дуги меридіана перевищує 400-500 км і при використанні формул (1.2, 1.3) потрібно зберегти вказану точність обчислень, то дугу необхідно розділити на частини і до кожної частини окремо застосувати формулу (1.2) або (1.3).

#### Вихідні дані:

$$B_1 = 45^\circ 30' 17,221'' + 0^\circ N = 45^\circ 30' 17,221'',$$
$$B_2 = 49^\circ 29' 58,938'' - 0^\circ N = 49^\circ 29' 58,938'',$$

де N - номер варіанта студента в мінутах (для заочників – дві останні цифри залікової книжки).

**Робочі формули:**

$$S_M = \frac{(B_2 - B_1)}{6\rho''} (M_1 + 4M_m + M_2).$$

$$M = \frac{C}{V^3} \quad ; \quad V = \sqrt{1 + e^2 \cos^2 B} \quad ; \quad Mi = a(1 - e^2) \frac{1 + 0.25e^2 \sin^2 Bi}{1 - 0.25e^2 \sin^2 Bi}$$

$$M = \frac{a(1 - e^2)}{W^3} \quad ; \quad W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B},$$

де C - радіус кривизни меридіана на полюсах еліпсоїда:

$$C = \frac{a^2}{b},$$

a і b - велика і мала півосі еліпсоїда,

e' - другий ексцентриситет.

Для еліпсоїда Красовського e<sup>2</sup> = 0,006693421623; a = 6378245 м; c = 6399698,902 м; b = 6356863,01877;

ρ = 57,29577951<sup>0</sup> = 206264,8062'' ; e'<sup>2</sup> = 0,006738525415;

$$\frac{1}{6\rho''} = 8080228 \cdot 10^{-13}; \quad 1,25e^2 = 0,008366877; \quad a(1 - e^2) = 6335552,717.$$

Робоча формула контрольного обрахунку:

$$S_M = M_m \frac{(B_2 - B_1)''}{\rho''} \left[ 1 + 1,967 \cdot 10^{-14} \cdot (B_2 - B_1)''^2 \cos 2B_m \right]$$

Обчислення бажано проводити на програмованих мікрокалькуляторах "Електроніка МК-52" або "МК-61", які забезпечують 8 вірних значущих цифр.

Програма №1 обрахунку довжини дуги меридіана										
F	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	C/Π	K <sub>ош</sub> →	XΠ	C/Π	K <sub>ош</sub> →	XΠ2	+	2	:	XΠO
10	Fsin	FX <sup>2</sup>	XΠ	0	•	0	0	8	3	6
20	6	8	XΠe	X	1	-	/-/	XΠe	5	:
30	XΠ4	ΠX7	x	1	+	:	XΠC	6	3	3
40	5	5	5	2	•	7	XΠd	ΠXC	:	XΠ8
50	C/Π	ΠX1	Fsin	FX <sup>2</sup>	XΠ5	ΠX4	x	1	+	1
60	ΠX5	ΠXe	x	-	:	ΠXd	x	XΠ9	C/Π	ΠX2

70	Fsin	FX <sup>2</sup>	XП	ПХ4	x	1	+	1	ПХ6	ПХе
SO	x	-	:	ПХd	x	XПb	С/П	ПХ9	+	ПХ8
90	4	x	+	ПХ3	x	ПХ2	ПХ1	-	3	6
100	0	0	x	XПа	x	С/П	F	АВТ		

Протокол обрахунку за програмою							
№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
1	8080228 ВП 13 /-/хпз		1/6р"	5		6370625, 2	M <sub>m</sub>
2	В/О С/П			6		6368391,	M <sub>1</sub>
3	45°48'17,221 " С/П		B <sub>1</sub>	7		6372843, 1	M <sub>2</sub>
4	49°47'58,938 " С/П		B <sub>2</sub>	8		444188,5 2	S <sub>M</sub>

Продовження програми №1 для контрольного обрахунку							
№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
1	ПХО		B <sub>m</sub>	10	1		
2	2			11	+		
3	x			12	ПХа		(B <sub>2</sub> -B <sub>1</sub> ) "
4	Fcos			13	X		
5	ПХа			14	ПХ8		
6	FX <sup>2</sup>			15	X		
7	x			16	206264,8		
8	1,967 ВП 14 /-/			17			
9	x			18		444188,52	S <sub>M</sub>



## Лабораторна робота №2

### 2. ОБЧИСЛЕННЯ ДОВЖИНИ ДУГИ ПАРАЛЕЛІ

Довжину дуги паралелі, як довжину частини кола знаходимо як добуток радіуса даної паралелі  $r = N \cos B$  на різницю довгот  $l = L_2 - L_1$  крайніх точок шуканої дуги:

$$S_n = \frac{l''}{\rho''} N \cos B, \quad (2.1)$$

де  $N$  - радіус кривизни першого вертикалу. Значення  $N$  можна одержати за формулою:

$$N = \frac{C}{V} \quad (2.2)$$

або для контролю за формулою

$$N = \frac{a}{W}, \quad (2.3), (2.4)$$

$$\text{де } W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}$$

#### Вихідні дані:

$l = L_2 - L_1 = 0^\circ 45' 46,882'' + N'' = 0^\circ 46' 04,882''$ ,  $B = 54^\circ 32' 19,354'' + N' = 54^\circ 50' 19,354''$  де  $N$  - номер варіанта студента в мінутах

**Робочі формули:**  $S_n = \frac{l''}{\rho''} N \cos B$ ,  $l'' = L_2 - L_1$ ,  $N = a \frac{1 - 0,25e^2 \sin^2 B}{1 - 0,75e^2 \sin^2 B}$ .

**Контрольні формули:**  $S_n = Y_2 - Y_1$ ,  $Y_2 = \frac{(l + 1800)''}{\rho''} N \cos B$ ,  $Y_1 = \frac{1800''}{\rho''} N \cos B$

#### Програма № 2 обрахунку довжини паралелі

F	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	С/П	$K_{\text{ош}} \rightarrow$	ХП1	С/П	$K_{\text{ош}} \rightarrow$	ХП2	-	3	6	0
10	0	ХПd	x	ХП3	С/П	$K_{\text{ош}} \rightarrow$	ХП4	Fsin	$Fx^2$	ХП7
20	0	•	0	0	5	0	2	0	1	ХП5
30	3	:	ХП6	1	ХП6	ПХ7	x	-	1	ПХ5
40	ПХ	x	-	:	6	3	7	8	2	4
50	5	ХП8	x	ХПе	С/П	ПХ4	Fcos	x	ХП	ПХ3
60	x	2	0	6	2	6	4	•	8	0
70	6	ХПа	:	С/П	ПХd	2	:	ПХ	ХПа	:
80	ХП	ПХc	ПХ3	+	ХПа	:	ПХd	x	С/П	ПХ0
90	ПХ	x	С/П	-	С/П	F	АВТ			

## Протокол № 2 обрахунку за програмою

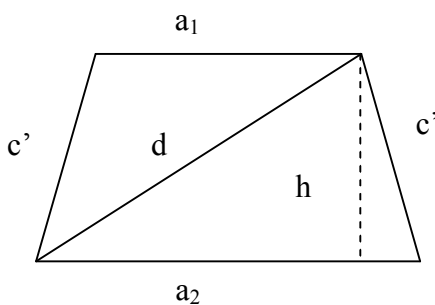
№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
	В/О С/П		L	6		6392559	N
2	0°46'04,88 2" С/П		$L_2=l$	7		49346,7 23	$S_n$
3	0 С/П		$L_1=0$	8		81472.5	$Y_2$
4		2764.88	$l''$	9		32125.8	$Y_1$
5	54°50'19,3 54" С/П		B	10		49346,7 22	$S_n$

### Лабораторна робота №3

#### 3. РОЗРАХУНОК ДОВЖИН СТОРІН СФЕРОЇДНОЇ ТРАПЕЦІЇ

Знімальна трапеція являє собою обмежену меридіанами і паралелями частину поверхні еліпсоїда. Тому обчислення довжин сторін трапеції вводиться до обчислення довжин дуг меридіанів і паралелей формулами 1.2 і 2.1, причому в формулі 1.2 можна відкинути малий другий член в квадратних дужках, так як сторони мінімальних трапеції відносно невеликі. На площині в проекції Гаусса сторони трапеції масштабом 1:100 000 і крупніше зображаються практично прямими. Звичайне знімання масштабів 1:1 000 000 - 1:25000 виконується з використанням 6-градусної зони, знімання більш крупного масштабу - з використанням 3-градусної зони. У цих випадках спотворення довжин рамок трапецій з проекції Гаусса малі і ними практично нехтують.

**Робочі формули:**



$$a_1 = \frac{100l''}{m\rho''} N_1 \cos B_1 \quad (3.1)$$

$$a_2 = \frac{100l''}{m\rho''} N_2 \cos B_2 \quad (3.2)$$

$$c_1 = \frac{100}{m\rho''} (B_1 - B_1)'' M_m \quad (3.3)$$

$$N_1 = a \frac{1 - 0,25e^2 \sin^2 B_1}{1 - 0,75e^2 \sin^2 B_1} \quad (3.4)$$

$$a(1 - e^2) \frac{1 + 0,25e^2 \sin^2 B_m}{1 - 1,25e^2 \sin^2 B_m} \quad (3.5)$$

$$\Delta B'' = (B_2 - B_1)^\circ \cdot 3600 \quad (3.6)$$

де  $l'' = (L_2 - L_1)''$  - різниця довгот східної і західної рамок,  $B_1$  і  $B_2$  - широти південної і північної рамки,  $M_m$  - радіус кривизни меридіана на широті  $B_m = 1/2 (B_1 + B_2)$ ,  $t$  - знаменник масштабу знімання

При виконанні обчислень величини  $M_m$ ,  $N_1$ ,  $N_2$  виражають в метрах Коефіцієнт 100 введений для того, щоб одержати розміри рамок в сантиметрах Довжина  $d$  діагоналі трапеції, яку використовують для контролю побудови останньої на знімальному планшеті, обчислюється за формулою:

$$d = \sqrt{a_1 a_2 + c'^2} .$$

Якщо задана номенклатура трапеції, довжини рамок якої і площі необхідно вирахувати, то перш за все необхідно визначити геодезичні координати  $B$  і  $L$  її вершин Для цього спочатку знаходять координати вершин трапеції масштабу 1:1000000, в якій розташована задана трапеція. Це роблять за допомогою бланкової номенклатурної карти .Якщо така карта відсутня, то вказані координати можна визначити самому, знаючи, що розмір трапеції масштабу 1:1000000 складає 4" за широтою і 6° за довготою а в її номенклатуру входять велика буква латинського алфавіту - позначення широтного поясу і цифри - позначення довготної колони. Широтні пояси відраховуються від екватора, а колони - від меридіана 180" на схід, так, що Грінвічський меридіан є західним меридіаном колони № 31. Нагадаємо латинський алфавіт для широт від нуля до 80°

У дужках після кожної букви вказана в градусах широта північної паралелі кожного пояса

A (4)	B (8)	C(12)	D(16)	E (20)	F(24)	G(28)
H(32)	I(36)	J(40)	K(44)	L(48)	M (52)	N(56)
O(60)	P(64)	Q(68)	R(72)	S (76)	T(80)	

Знаючи що в листі карти масштабу 1:1000000 розміщені 144 листи карти масштабу 1:100000 або 36

листів карти масштабу 1:200000 або 9 листів карти масштабу 1: 300000 за номерами цих листів

встановлюємо координати вершин відповідних трапецій Номенклатури даних трапецій записуються так

Номенклатура	Масштаб
M-42-104	1:100000
K-31-XX	1:200000
У Ш - - 42	1:300000

Розміри вказаних трапецій складають відповідно за широтою і довготою 20' і 30', 40' і 1°, 1°20' і 2° Лист карти масштабу 1:100000 ділиться на 4 листи карти масштабу 1:50000, які позначаються буквами А Б В Г (розмір листів 10' за широтою і 15' за довготою), кожний лист масштабу 1:50000 ділиться на 4 листи масштабу 1:25000 і позначається буквами а, б, в, г (розміри листів 5' за широтою і 7,5' за довготою), далі в кожному листі масштабу 1:25000 міститься 4 листи масштабу 1:10000, які позначаються цифрами 1, 2, 3, 4. (розмір 2,5' за широтою і 3,45" за довготою), номенклатура цих листів записується наприклад, так

Номенклатура	Масштаб
D-41-143-Б	1:50000
Е-32-99-В-2	1:25000

Вихідні дані: Обчислити довжини сторін знімальної трапеції номенклатури М-32-N-A-6-1 (1:10000), М-32-18-A-6-1, де N - номер варіанта студента.

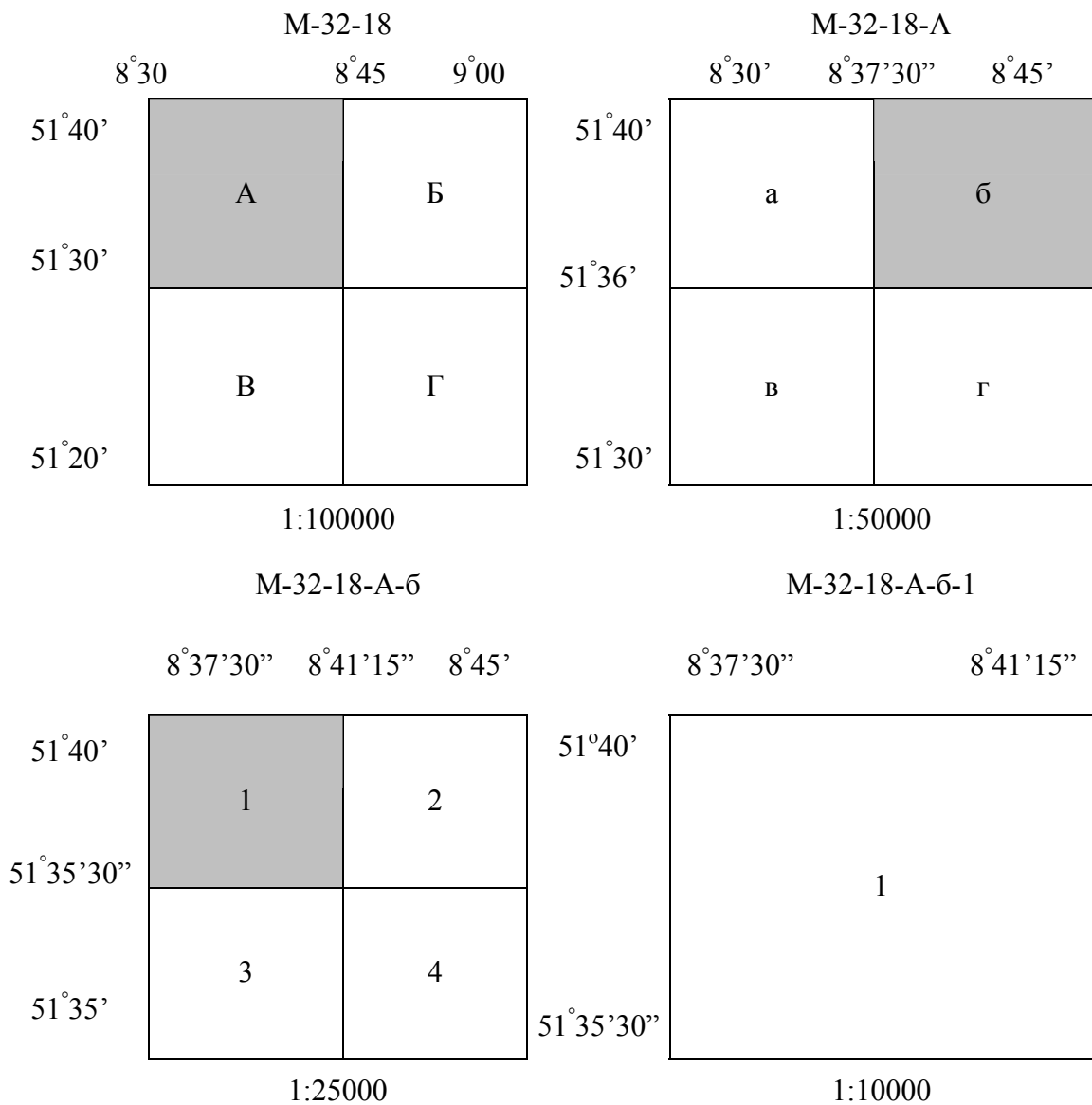
Контрольні формули

$$h = \sqrt{c'^2 - \left[\frac{a_2 - a_1}{2}\right]^2}, \quad (3.8) \quad h = \sqrt{d'^2 - \left[\frac{a_2 + a_1}{2}\right]^2}, \quad (3.9) \quad d = \sqrt{a_1 \cdot a_2 + c'^2} \quad (3.10)$$

Визначення геодезичних координат вершин трапеції М-32-18-A-б-

М-32												
52°	8°30' 9°00'											12°
51°40'	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
51°20'	13					18						24
51°	25											36
	37											48
	43											60
	61											72
	73											84
	85											96
	97											108
	109											120
	121											132
48°	133											144

Мал.2



Мал. 3

Програма №3 розрахунку довжин сторін знімальної трапеції.

	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	1	0	0	С/П	:	XΠe	С/П	$\kappa^{\overline{0''}}$	XΠ2	С/П
10	$\kappa^{\overline{0''}}$	XΠ1	+	2	:	Fsin	$Fx^2$	XΠ7	ΠX4	5
20	:	XΠ5	2	×	ΠX4	-	/-/	XΠ6	ΠX1	XΠ0
30	ΠΠ	77	XΠc	С/П	ΠX2	XΠ0	ΠΠ	77	XΠd	С/П
40	1	ΠX5	ΠX7	×	+	1	ΠX4	ΠX7	×	-
50	:	ΠX8	×		ΠX2	ΠX1	-	3	6	0
60	0	×	×	ΠX9	:	ΠXe	×		$Fx^2$	ΠXc
70	ΠXd	×	+	$F\sqrt{\quad}$		1	ΠX0	Fsin	$Fx^2$	XΠB
80	ΠX5	×	-	1	ΠX6	ΠXB	×	-	:	ΠXa
90	×		ΠX9	:	ΠX0	Fcos	×	ΠX3	×	ΠXe
100	×	B/O	F	ABT						

$$ПХ1 \rightarrow c^2$$

$$ПХ2 \rightarrow d^2$$

$$ПХс \rightarrow a_1$$

$$e_{pez} = \frac{100}{m}$$

$$ПХd \rightarrow a_2$$

Протокол №3 обрхунку за програмою

№ пп	Введенн я даних	Результа т	Познач .	№ пп	Введенн я даних	Результ ат	Познач .
1	900'ХПЗ		$l''$	14		6373340 ,4	$M_m$
2	0,008366 8ХП4		$1,25e^2$	15		37,078	$C'$
3	6335552, 7ХП8		$a(1-e^2)$	16		51,445	$d$
4	206264,8 1ХП9		$\rho''$	17	225'ХП 3		$l''$
5	6378245 ХПа		$A$	18	В/О		
6	В/О			19	10000		$m$
7	50000		$m_{3н. м-бу}$	20	50°15'0 0''		$B_2$
8	50°20'		$B_2$	21	50°12'3 0''		$B_1$
9	50°10'		$B_1$	22		6390884 ,7	$N_{1,м}$
10		6390869, 4	$N_{1,м}$	23		44,617	$a_{1,см}$
11		35,724	$a_{1,см}$	24		6390900 ,7	$N_{2,м}$
12		6390931, 3	$N_{2,м}$	25		44,578	$a_2$
13		35,600	$a_{2,см}$	26		6373317 ,6	$M_m$
				27		46,350	$C',_{см}$
				28		64,321	$d,_{см}$

Табл.3. Схема обчислень в ручному обрхунку:  $B_1 = 50°00'$ ;  $l = L_2 - L_1 = 30'$ .  
 $B_2 = 50°20'$ ;  $m = 100000$

№ пп	Елемент и формул	Результат	№ пп	Елеме нти форму л	Результат
1	$C$	$63997 \cdot 10^2 м$	9	$B_2$	50° 20'
2	$e'^2$	$6,7385 \cdot 10^{-3}$	10	$\cos B_2$	6,3832*1

					0 <sup>-1</sup>
3	100/мр''	4,8481*10 <sup>-9</sup>	11	N <sub>2</sub>	63909*10 <sup>-2</sup>
4	l''	1800''	12	a <sub>2</sub>	35,60см
5	B <sub>1</sub>	50° 00'	13	B <sub>m</sub>	50° 10'
6	cosB <sub>1</sub>	6,4279*10 <sup>-1</sup>	14	cos B <sub>m</sub>	6,4056*10 <sup>-1</sup>
7	N <sub>1</sub>	63908*10 <sup>2</sup>	15	M <sub>m</sub>	63733*10 <sup>2</sup>
8	a <sub>1</sub>	35,84см	16	ΔB	1200''
			17	c'	37,08см
			18	d	51,49см

### Лабораторна робота № 4

#### ТЕМА: ОБЧИСЛЕННЯ ПЛОЩІ СФЕРОЇДНОЇ ТРАПЕЦІЇ

У системі геодезичних координат  $B, L$  площа нескінченно малої трапеції, обмеженої паралелями з широтою  $B$  і  $B + dB$  і меридіанами з різницею довгот  $dL$ , виражається формулою:

$$dP = MN \cos B dB dL \quad /4.1/$$

Площа кінцевої трапеції, обмеженої широтами  $B_2$  і  $B_1$  і довготами  $L_2$  і  $L_1$ , виразиться подвійним інтегралом:

$$P = \int_{B_1}^{B_2} \int_{L_1}^{L_2} MN \cos B dB dL \quad /4.2/$$

Виконуючи інтегрування за  $L$ , одержимо:

$$P = b^2(L_2 - L_1) \int_{B_1}^{B_2} (1 - e^2 \sin^2 B)^{-2} \cos B dB \quad /4.3/$$

Інтеграл у правій частині формули /4.3/ виражається в елементарних функціях, однак для одержання більш зручної для обчислень робочої формули, підінтегральний вираз розкладають у ряд за степенями  $e^2$  і інтегрують почленно. В результаті можна одержати формулу:

$$P = \frac{2b^2(L_2 - L_1)}{\rho''} \left[ A' \sin \frac{1}{2}(B_2 - B_1) \cos B_m - B' \sin \frac{3}{2}(B_2 - B_1) \cos 3B_m + C' \sin \frac{5}{2}(B_2 - B_1) \cos 5B_m - \dots \right] /4.4/$$

в якій коефіцієнти  $A', B', C'$  і т. п. .... є відомими функціями ексцентриситету еліпсоїда. Для еліпсоїда Красовського:

$$A' = 1,003364, \quad B' = 1,1240 \cdot 10^{-3}, \quad C' = 1,699 \cdot 10^{-6}.$$

При обчисленні площі з точністю до  $0,01 \text{ км}^2$  у більшості випадків можна в формулі /4.4/ обмежитись членами з коефіцієнтами тільки  $A'$  і  $B'$ .

З відносною похибкою, яка не перевищує  $\dots\dots 2 \cdot 10^{-5}$  площу трапеції, можна для контролю розрахувати за формулою:  $P = 75456,8(L_2 - L_1)^{\circ} [\arcsin(K \sin B_2) - \arcsin(K \sin B_1)]$ , /4.5/ де  $K = 0,163133$ .

Формула /4.5/ одержана наближеною апроксимацією інтеграла /4.3/ аналітичним виразом, в який входить параметр К, і визначенням числового значення цього параметра з відомою площею поверхні еліпсоїда Красовського, розрахованою за точною формулою.

Програма № 4 розрахунку площі сфероїдальної трапеції з контролем по формулах /4.4/ і /4.5/ .

		F		ПРГ						
	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	C/П	$K \sin$	XП2	C/П	$K \sin$	XП1	-	XП3	XП2	XП1
10	+	2	:	XП0	3	×	Fcos	XП9	ПХ3	3
20	×	2	:	Fsin	0	*	0	0	1	1
30	2	4	×	ПХ9	×	XП8	ПХ0	Fcos	ПХ3	2
40	:	Fsin	×	1	*	0	0	3	3	6
50	4	×	XПa	$\frac{C}{\pi}$	-	XПb		$K \sin$	XП4	C/П
60	$K \sin$	XП5	-	XП6	3	6	0	0	×	ПХb
70	×	ПХc	$Fx^2$	×	2	$\frac{C}{\pi}$	ПХd	:		ПХ2
80	Fsin	ПХe	×	Fsin	ПХ1	Fsin	ПХe	×	Fsin	-
90	ПХ6	×	7	5	4	5	6	*	8	×
100	C/П	F	ABT							

Протокол № 4 розрахунку за програмою

№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
1	6356,863 XПc		B (км)	6	50°12' 0" C/П		B <sub>1</sub>
2	206264,81" XПd		$\rho''$	7		0,00023 446732	I – II
3	0,163133X Пе		K	8	12°00'00" C/П		L <sub>2</sub>
4	B/O C/П			9	11°56'15" C/П		L <sub>1</sub>
5	50° 15' C/П		B	10		20,670 <sub>7</sub> 09 C/П	P <sub>км</sub> <sup>2</sup>
				11		20,668 <sub>0</sub> 79	P <sub>конт</sub> р.

Табл. 4. Схема обчислень в ручному обрахунку



№ п/п	Елемент и формул	Результати	№ п/п	Елементи формул	Результат
1	B	6356,863 км	7	Cos 50°10'	6,405565*10 <sup>-3</sup>
2	ρ''	206264,8''	8	I	1,869516*10 <sup>-3</sup>
3	l''	1200''	9	B'	1,1240*10 <sup>-3</sup>
4	2b <sup>2</sup> l''/ρ''	7,052824*10 <sup>5</sup>	10	Sin 30'	8,7034*10 <sup>-1</sup>
5	A'	1,003364	11	II	-0,008537*10 <sup>-3</sup>
6	Sin 10''	2,908800*10 <sup>-3</sup>	12	I – II	1,878053*10 <sup>-3</sup>
Контрольний обчислюнок			13	P	1324,56 км <sup>2</sup>
1	B <sub>2</sub>	50° 20'	Продовження контрольного обчислюнку		
2	B <sub>1</sub>	50° 10'			
3	(L <sub>2</sub> – L <sub>1</sub> )	0,5°			
4	Arcsin (KsinB <sub>2</sub> )	7,213968	6	Δ°	3,51081*10 <sup>-2</sup>
5	Arcsin (KsinB <sub>1</sub> )	7,178859	7	P	1324,57 км <sup>2</sup>

### Лабораторна робота № 5

**ЗАВДАННЯ 1. РОЗВ'ЯЗАТИ СФЕРОЇДАЛЬНІ ТРИКУТНИКИ СПОСОБОМ ЛЕЖАНДРА. (ДИВ. ЛАБОРАТОРНУ РОБОТУ № 7)**

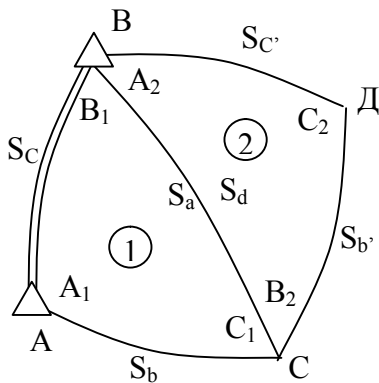


Табл. 14. 1. Вихідні дані

Назва вершин	Виміряні сферичні кути
C	49°59'51,20''
B	51°33'02,51''
A	78°27'09,18''
Д	59°25'19,10''
C	68°47'54,33''
B	51°48'48,52''

$$S_{AB} = 13907,77; \quad B_m = 55^\circ 04'$$

Робочі формули:  $\varepsilon = f S_{\text{аб'яз.}}^2 \cdot \frac{\text{Sin}A \text{Sin}B}{\text{Sin}C}, \quad /10.1/$

$$f = \frac{\rho''}{2R_m^2}. \quad /10.2/$$

величину  $f$  вчислюють за формулами, в яких аргументом є величина  $B_m$ . Для широт від 50° до 60°  $f = 2,53 \cdot 10^{-9}$ .

$$A' = A - \frac{w}{3}, \quad B' = B - \frac{w}{3}, \quad C' = C - \frac{w}{3}. \quad /10.3/$$

$$S_a = S_c \frac{\sin\left(A' - \frac{\varepsilon}{3}\right)}{\sin\left(C' - \frac{\varepsilon}{3}\right)}, \quad /10.4/ \quad S_e = S_c \frac{\sin\left(B' - \frac{\varepsilon}{3}\right)}{\sin\left(C' - \frac{\varepsilon}{3}\right)}, \quad /10.5/$$

$$\text{або } S_e = S_a \frac{\sin\left(B' - \frac{\varepsilon}{3}\right)}{\sin\left(A' - \frac{\varepsilon}{3}\right)}. \quad /10.6/$$

Табл. 15. Схема обчислень. Знаходження сферичних надлишків

Елементи формул	Значення	Елементи формул	Значення
F	$2,53 \cdot 10^{-9}$	F	$2,53 \cdot 10^{-9}$
$S_c^2$	$193 \cdot 10^{-9}$	$S_a^2$	$316 \cdot 10^6$
Sin A	0,980	Sin B	0,786
Sin B	0,783	Sin C	0,932
Sin C	0,766	Sin Д	0,861
$\varepsilon$	0,49"	$\varepsilon$	0,68"

Табл. 16. Рішення трикутників

Назви верш	Назви кутів	Виміряні сферич. кути	$-\frac{w}{3}$	Урівняні сферич. кути	$-\frac{\varepsilon}{3}$	Урівняні плоскі кути	Синуси кутів	Довжини сторін
С	$C_1$	49°59'51,20"	-0,80"	49°59'50,40"	-0,16"	49°59'50,24"	0,7660140	13907,77
В	$B_1$	51°33'02,51"	-0,80"	51°33'01,71"	-0,16"	51°33'01,55"	0,7831558	14219,00
А	$A_1$	78°27'09,18"	-0,80"	78°27'08,38"	-0,17"	78°27'08,21"	0,9797583	17788,52
$\Sigma$		180°00'2,89"		180°00'0,49"	-0,49"	180°00'0,00"		
$\varepsilon$		-0,49"						
$\omega$		2,40"						
Д	$C_2$	59°25'19,10"	-0,55"	59°25'18,55"	-0,22"	59°25'18,33"	0,8609353	17788,52

C	B <sub>2</sub>	68°47'54, 33"	- 0,56 "	68°47'53,7 7"	- 0,23"	68°47'53, 54"	0,93231 25	19263, 30
E	A <sub>2</sub>	51°46'48, 92"	- 0,56 "	51°46'48,3 6"	- 0,23"	51°46'48, 13"	0,78564 14	16232, 80
Σ		180°00'2, 35"		180°00'0,6 8"	- 0,68"	180°00'0, 00"		
ε		-0,68"						
ω		1,67"						

$$\omega = \sum \beta_{\Delta} - \varepsilon$$

Програма № 10. Розрахунку сферичних надлишків, зрівноваження кутів і обчислення сторін

		F		ПРГ							
		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
	00	C/Π	$K \overrightarrow{\sigma''}$	ΠX0	C/Π	$K \overrightarrow{\sigma''}$	XΠ1	C/Π	$K \overrightarrow{\sigma''}$	XΠ2	+
	10	ΠX0	$\overline{C/\Pi}$	XΠ6	$K \overrightarrow{\sigma''}$		ΠX0	Fsin	ΠX1	Fsin	×
	20	ΠX2	Fsin	:	ΠX5	Fx <sup>2</sup>	×	$\overline{C/\Pi}$	×	XΠ7	
	30	ΠXd	:	XΠ7	ΠX6	ΠX7	-	1	8	0	-
$\overline{C/\Pi}$		XΠ8	$K \overrightarrow{\sigma''}$		ΠX8	3	:	/ - /	XΠ9	ΠX0	+
$\overline{C/\Pi}$		ΠX0	$K \overrightarrow{\sigma''}$		ΠX1	ΠX9	$\overline{C/\Pi}$	XΠ1	$K \overrightarrow{\sigma''}$		ΠX2
	60	ΠX9	$\overline{C/\Pi}$	XΠ2	$K \overrightarrow{\sigma''}$		ΠX1	ΠX2	+	ΠX0	+
$\overline{C/\Pi}$		XΠ6	$K \overrightarrow{\sigma''}$		ΠX7	3	:	/ - /	XΠa	ΠX0	+
$\overline{C/\Pi}$		ΠX0	$K \overrightarrow{\sigma''}$		ΠX1	ΠXa	$\overline{C/\Pi}$	XΠ1	$K \overrightarrow{\sigma''}$		ΠX2
	90	ΠXa	$\overline{C/\Pi}$	XΠ2	$K \overrightarrow{\sigma''}$		$\overline{C/\Pi}$	Fsin	XΠb		ΠX2
$\overline{C/\Pi}$	100	Fsin		:	ΠX5	×	F	ABT			

Після виконання програми в ручному рахунку

XΠ	ΠX	Fsin	ΠX	:	ΠX	×	B/O	C/Π
5	1		b		5			

Протокол № 10. Розрахунку за програмою

№ п/ п	Введенн я даних	Результат	По зн ач.	№ п/ п	Введення даних	Результат	По зна ч.
1	3600 ХПд			2 4	В/О С/П		
2	2,53 ВП9/-/хп3		F	2 5	51°46'48, 92" С/П		A <sub>2</sub>
3	193 ВП6 ХП4		C <sup>2</sup>	2 6	68°47'54, 33" С/П		B <sub>2</sub>
4	13907,77 ХП5		S <sub>c</sub>	2 7	59°25'19, 10" С/П		C <sub>2</sub>
5	В/О С/П			2 8		180°00'2, 3" С/П	Σ
6	78°27'09, 18"С/П		A <sub>1</sub>	2 9		0,68" С/П	ε
7	51°33'02, 51"С/П		B <sub>1</sub>	3 0		1,66*10 <sup>-4</sup> С/П	ω
8	49°59'51, 20"С/П		C <sub>1</sub>	3 1		51°46'48, 35" С/П	A' <sub>2</sub>
9		180°00'2, 9"С/П	Σ	3 2		68°47'53, 78" С/П	B' <sub>2</sub>
10		0,49"С/П	ε	3 3		59°25'18, 54" С/П	C' <sub>2</sub>
11		0°00'2,38 "С/П	ω	3 4		180°00'0, 70" С/П	Σ
12		78°27'8,3 9"С/П	A' <sub>1</sub>	3 5		51°46'48, 13" С/П	A
13		51°33'01, 7"С/П	B' <sub>1</sub>	3 6		48°47'53, 55" С/П	
14		49°59'50, 39"С/П	C' <sub>1</sub>	3 7		59°25'18, 31" С/П	
15		180°00'0, 5"С/П	Σ	3 8		0,7856414 С/П	
16		78°27'0,2 3"С/П	A	3 9		0,8609352 1 С/П	

Продовження протоколу № 10

№ п/п	Введення даних	Результат	Познач.	№ п/п	Введення даних	Результат	Познач.
17		0''С/П	$B_1$ пл	40		16232,805	$S_B$
18		49°59'50,23'' С/П	$C_1$ пл	41	ХП5, ПХ1, Fsin	0,93231252	Sin $B_2$
19		0,97975836С/П	Sin $A_1$	42	ПХВ, ;, ПХ5, X	19263,30	$S_C$
20		0,76601404С/П	Sin $C_1$				
21		17788,516	$S_a$				
22	ХП5, ПХ1, Fsin	0,78315581	Sin $B_1$				
23	ПХВ, ;, ПХ5, X	14218,995	$S_B$				

Лабораторна робота № 6

**ЗАВДАННЯ 2. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗА СПОСОБОМ АДДИТАМЕНТІВ ДВА СФЕРОЇДАЛЬНИХ ТРИКУТНИКИ ТРИАНГУЛЯЦІЇ 2 КЛАСУ З ВИХІДНИМИ ДАНИМИ ЯК У ЗАВДАННІ 1.**

Робочі формули:

$$A_s = K * S^3, \quad K = 4,09 * 10^{-15}, \quad C' = C - A_c,$$

$$e' = C' \frac{\sin B}{\sin C}, \quad a' = C' \frac{\sin A}{\sin C}, \quad e = e' + A_e, \quad a = a' + A_a.$$

S береться в км., а  $A_s$  буде в метрах.

Врівноваження вимірних сферичних кутів можна не робити, оскільки це зроблено в завданні 1. Тому обчислення можна починати з розрахунку наближених сторін.

Табл. 17. Схема обчислень

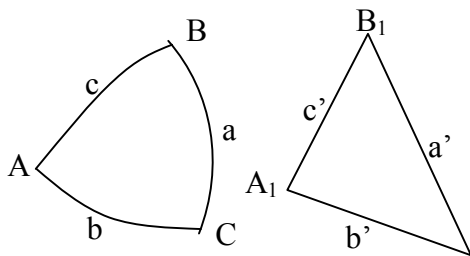
Наз ви вер ш.	Назви кутів	Врівноважені сферичні кути	Синуси кутів	Набл. ст. плоск. трик.	Аддит аменти	Сторони сфер-го трик.
1	2	3	4	5	6	7
C	$C_1$	49°59'50,40''	0,7660145	13907,76	0,01	13907,77
B	$B_1$	51°33'01,7	0,78315	14218,	0,01	14218,

		1"	63	98		99
A	A <sub>1</sub>	78°27'08,3 8"	0,97975 85	17788, 49	0,02	17788, 51
Σ		180°00'0,4 9"				
ε		0,49"				
Д	Д <sub>2</sub>	59°25'18,5 5"	0,86093 58	17788, 49	0,02	17788, 51
С	С <sub>2</sub>	68°47'53,7 7"	0,93231 29	19263, 27	0,03	19263, 30

Продовження таблиці схеми обчислень.

1	2	3	4	5	6	7
В	A <sub>2</sub>	51°46'48,3 6"	0,78564 21	16232,7 8	0,02	16232,8 0
Σ		180°00'0,6 8"				
ε		0,68"				

В основі способу аддитаментів, запроєктованого І. Зольднером в 1820 р. лежить теорема синусів:



$$C_1 \frac{\sin \frac{a}{R}}{\sin A} = \frac{\sin \frac{b}{R}}{\sin B} = \frac{\sin \frac{c}{R}}{\sin C} \quad \text{Так як величини } a/R,$$

$b/R, c/R$ , що виражають сторони сферичного трикутника в радіанній мірі, малі порівняльно з радіусом землі  $R$ , то синуси цих величин можна розкласти в ряд. Обмежувачись двома членами розкладу, отримаємо:

$$\frac{a - \frac{a^3}{6R^2}}{\sin A} = \frac{b - \frac{b^3}{6R^2}}{\sin B} = \frac{c - \frac{c^3}{6R^2}}{\sin C}.$$

Ідея способу аддитаментів заключається в тому, що сторони сферичного трикутника  $a, b, c$  виправляють поправками, в результаті чого одержують сторони плоского трикутника  $a', b', c'$  і невідомі сторони сферичного трикутника.

При цьому аддитаментами є величини:

$$A_a = ka^3, \quad A_b = kb^3, \quad A_c = kc^3,$$

де  $k = 1/6R^2$ ,  $R = \sqrt{MN}$  - середній радіус кривизни еліпсоїда для району розміщення трикутника.

Послідовність рішення:

1. Із вихідної сторони в віднімають її аддитамент  $A_b$  і одержують сторону плоского трикутника  $b'$ .

2. За відомими кутами сферичного трикутника і стороною  $v'$  рішають трикутник як плоский, використовуючи теорему синусів і знаходять решту сторін плоского трикутника  $a'$  і  $c'$ .
3. Одержані значення сторін виправляють їх аддитаментами  $A_a$  і  $A_c$  і знаходять шукані сторони сферичного трикутника ABC.

Спосіб аддиткаментів застосовується як контрольний при рішенні трикутників за теоремою Лежандра.

Програма № 11. Рішення плоских трикутників, знаходження аддитаментів і сторін сферичних трикутників.

					F	ПР Г					
	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	
	00	С/П	ПХ 1	3	В↑	ПХ 1	FX <sup>y</sup>	$\frac{С/П}{3}$	×	ХП 4	
$\frac{С/П}{10}$	10	ПХ 1	+		$K^{\overline{077}}$	Fsin	ПХ 2		$K^{\overline{077}}$	Fsin	
	20	:	ПХ 1	×	ПХ 1		3	В↑	ПХ 1	FX <sup>y</sup>	ПХ 3
$\frac{С/П}{30}$	30	×	С/П	ПХ 1	+	$\frac{С/П}{K^{\overline{077}}}$	Fsin			ПХ 2	:
	40	ПХ 1	×	ХП 5	С/П	3	В↑	ПХ 5	FX <sup>y</sup>	ПХ 3	×
	50	С/П	ПХ 5	+	С/П	БП	02	F	АВ Т		

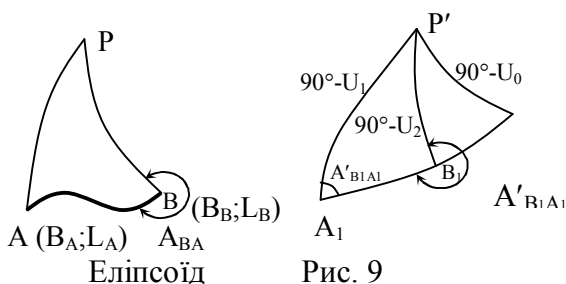
Протокол № 11. Розрахунку за програмою.

№ п/ п	Введення даних	Результат	Поз начення	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
1	4,09БП 15/- /ХПЗ		К	18		0,02 С/П	A <sub>d</sub>
2	В/О С/П			19		17788,518	S <sub>d сер.</sub>
3	13907,76 С/П		S <sub>AB пл</sub>	20	51°46'48,27 " С/П		A <sub>2</sub>
4		+0,011 С/П	A <sub>c</sub>	21		0,78564184	Sin A <sub>2</sub>
5		13907,77	S <sub>ABC д</sub>	22	59°25'18,46 " С/П		C <sub>2</sub>
6	78°27'08,38 "С/П		A <sub>1</sub>	23		0,8609356 С/П	Sin C <sub>2</sub>

7		0,9797585	Sin A <sub>1</sub>	24		16232,789 С/П	S <sub>b2 пл.</sub>
8	49°59'50,40 " С/П		C <sub>1</sub>	25		0,02 С/П	A <sub>b2</sub>
9		0,76601451 С/П	Sin C <sub>1</sub>	26		16232,807	S <sub>b2 сеп</sub>
10		17788,495 С/П		27	63°47'53,69 " С/П		B <sub>2</sub>
11		+0,02 С/П	A <sub>a</sub>	28		093231274 С/П	Sin B <sub>2</sub>
12		17788,518		29		19263,275 С/П	S <sub>c пл</sub>
13	51°33'01,71 "С/П		B <sub>1</sub>	30		0,03 С/П	A <sub>c</sub>
14		0,78315626 С/П	Sin B <sub>1</sub>	31		19263,304	S <sub>c сеп</sub>
15		14218,985 С/П	S <sub>b</sub> пром				
16		0,011 С/П	A <sub>b</sub>				
17		14218,997 С/П					

### Розв'язання головних геодезичних задач.

Суть розв'язання майже всіх видів геодезичних задач на поверхні еліпсоїда полягає у визначенні геодезичних координат деякої точки за заданими координатами інших точок і за вимірними або заданими кутовими та лінійними величинами. На ..... поверхні еліпсоїда між точками А і В проведемо геодезичну лінію. Точку А будемо розглядати як початкову, а точку В – як кінцеву точки геодезичної лінії АВ і геодезичний азимут  $A_{AB}$  будемо називати прямим,  $A_{BA}$  – зворотнім геодезичним азимутом. Для обчислення геодезичних координат пунктів будь-якої мережі повинні бути задані вихідні дані, які задають положення на поверхні еліпсоїда двох пунктів даної мережі. Положення цих пунктів може бути задано: а) геодезичними координатами  $B_A$ ,  $L_A$  початкового пункту, довжиною  $S_{AB}$  геодезичної лінії АВ, геодезичним азимутом  $A_{AB}$  напрямку АВ; б) геодезичними координатами двох пунктів.



В першому випадку при заданих величинах необхідно визначити геодезичні координати  $B_B$ ,  $L_B$  кінцевого пункту та зворотній азимут  $A_{BA}$  напрямку ВА. Така задача називається оберненою геодезичною задачею.

В другому випадку при заданих



величинах необхідно визначити довжину  $S_{AB}$  геодезичної лінії АВ, прамий і зворотній геодезичні азимути лінії АВ. Така задача називається оберненою геодезичною задачею.

Пряму і обернену геодезичні задачі називають головними геодезичними задачами. Існують різні шляхи та методи розв'язання головних геодезичних задач. Залежно від віддалі між пунктами та вимог до точності застосовуються різні методи і формули розв'язання головних геодезичних задач.

Рішення прямої геодезичної задачі зводиться до інтегрування системи диференціальних рівнянь геодезичної лінії.

$$\frac{dB}{dS} = \frac{V^3 \cos A}{C}, \quad \frac{dL}{dS} = \frac{V \sin A}{C \cos B}, \quad \frac{dA}{dS} = \frac{V \sin A}{C},$$

Рішення повинно задовільняти заданій початковій умові  $B = B_1, L = L_1, A = A_1$  при  $S = 0$ .

У рівняннях /10.1/  $S$  – незалежна змінна;  $B, L$  – геодезичні координати текучої точки лінії, віддаленої від початкової на віддаль  $S$ ,  $A$  – геодезичний азимут лінії в текучій точці,  $V = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 B}$ ,  $e'$  - другий ексцентриситет еліпсоїда.

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}, \quad e = \frac{a^2 - b^2}{a^2}, \quad c = \frac{a^2}{b},$$

$C$  – радіус кривизни меридіана на полюсах /полярний радіус кривизни/.

Залежно ... від методу інтегрування одержують ті чи інші формули для числового рішення прямої геодезичної задачі.

Дані методичні вказівки приводять приклади рішення прямої і оберненої геодезичної задач способами, застосованими при обчисленні геодезичних координат і азимутів, а також, сторін в триангуляції 1 класу. Робочі формули дозволяють визначити координати з точністю до 0,0001" і азимутів з точністю до 0,001".

Вони приводяться у вигляді зручному для програмування і ручного обрахунку з використанням мікроЕОМ, які виконують обчислення з 7 –8 значущими цифрами.

1. Розглянемо рішення прямої геодезичної задачі за допомогою ступеневих рядів.

У даному випадку рішення систем диференціальних рівнянь /10.1/ представляється у вигляді ..... рядів, розташованих за ступенями малої дуги  $S$ .

$$\left. \begin{aligned} B_2 &= B_1 + \left(\frac{dB}{dS}\right)_1 S + \left(\frac{d^2 B}{dS^2}\right)_1 \frac{S^2}{2} + \dots \\ L_2 &= L_1 + \left(\frac{dL}{dS}\right)_1 S + \left(\frac{d^2 L}{dS^2}\right)_1 \frac{S^2}{2} + \dots \\ A_2 &= A_1 \pm 180^\circ + \left(\frac{dA}{dS}\right)_1 S + \left(\frac{d^2 A}{dS^2}\right)_1 \frac{S^2}{2} + \dots \end{aligned} \right\} /10.2/$$

Індекс 1 означає, що похідні повинні бути обчислені за координатами і азимутом в початковій точці лінії.

Знайшовши похідні і вводячи позначення  $S \cos A_1 = U$ ,  $S \sin A_1 = V$ , ряди /2/ приводять до вигляду:

$$B_2 = B_1 + a_1 U + a_2 U^2 + a_3 U^3 + a_4 UV^2 + \dots$$

$$L_2 = L_1 + b_1 V + b_2 UV + b_3 U^2 V + b_4 V^3 + \dots$$

$$A_2 = A_1 \pm 180^\circ + c_1 V + c_2 UV + c_3 U^2 V + c_4 V^3 + \dots$$

де коефіцієнти  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  є функціями широти  $B_1$ . Формули зручні для ручного обрахунку при наявності спеціальних таблиць коефіцієнтів. Коефіцієнти  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  вибираються із таблиць лінійним інтерполюванням.

## Лабораторна робота № 7

### 2.РІШЕННЯ ПРЯМОЇ ГЕОДЕЗИЧНОЇ ЗАДАЧІ ЗА ФОРМУЛАМИ ІЗ СЕРЕДНІМИ АРГУМЕНТАМИ

В основі рішення задачі лежать ступеневі ряди /10.2/. Ці ряди перетворюють таким чином, щоб похідні:  $\frac{d^n B}{dS^n}$ ,  $\frac{d^n L}{dS^n}$ ,  $\frac{d^n A}{dS^n}$  ..... Обчислювались не за початковими даними  $B = B_1$ ,  $A = A_1$  а за середньою широтою  $B_m = (B_1 + B_2)/2$ , що при одній і тій же точності обчислень вдвічі скорочує число членів у правій частині. Величини  $B_m$  і  $A_m$  умовно називають середніми аргументами.

Для рішення прямої геодезичної задачі при  $S < 60$  км формули з середніми аргументами зручно представити у вигляді [3]:

$$b = B_2 - B_1 = \beta \left( 1 + \frac{2\lambda + \alpha^2}{24} \right) \rho''; \quad l = L_2 - L_1 = \lambda \left( 1 + \frac{\alpha^2 - \beta^2}{24} \right) \rho'';$$

$$a = A_2 \pm 180^\circ - A_1 = \alpha \left( 1 + \frac{2\beta^2 + 2\lambda^2 - \alpha_0^2}{24} \right) \rho'';$$

$$\text{де } \beta = \frac{S}{C} V_m^3 \cos A_m, \quad \lambda = \frac{S}{C} * \frac{V_m}{\cos B_m} \sin A_m, \quad \alpha = ;$$

$$V_m = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 B_m}; \quad \frac{V^3}{C} = \frac{1}{M}; \quad \frac{V}{C} = \frac{1}{N}.$$

При виведенні даних формул відкидалися члени:  $\left(\frac{S}{C}\right)^5$  і  $\left(\frac{S}{C}\right)^3 e'^2$ .

Послідовність рішення задачі. Початковими величинами є  $B_1$ ,  $L_1$ ,  $A_1$  і  $S$ . Так як середня широта  $B_m$  і середній азимут  $A_m$  не входять в число заданих величин, то рішення доводиться виконувати послідовними наближеннями. В першому наближенні можна прийняти  $B_m = B_1$ ,  $A_m = A_1$ . У другому і послідовних наближеннях приймають  $B_m = B_1 + b/2$ ;  $A_m = A_1 + a/2$ . Інші члени в круглих дужках робочих формул починають враховувати при обчисленні  $b$ ,  $l$ ,  $a$  в другому наближенні. Їх значення в подальшому залишаються практично незмінними.

Значення шуканих величин отримують за такими формулами:  $B_2 = B_1 + b$ ,  $L_2 = L_1 + l$ ,  $A_2 = A_1 \pm 180^\circ + a$ . Обчислення закінчують, якщо наступні значення  $B_2$ ,  $L_2$ ,  $A_2$  будуть рівні попереднім в межах заданої точності.

Для скорочення загального числа наближень значення  $B_2$ ,  $L_2$ ,  $A_2$  необхідні для отримання  $B_m$ ,  $A_m$  в першому наближенні можна знайти за картою, нанісши на неї графічно положення кінцевої точки геодезичної лінії по  $A_1$  і  $S$ .

### 3. Рішення прямої геодезичної задачі за способом допоміжної точки /спосіб Шрейбера/.

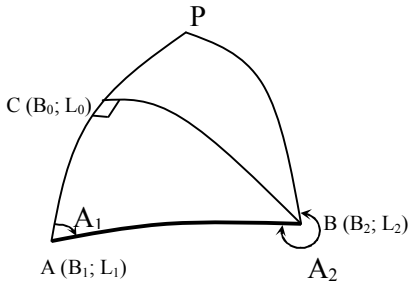


Рис.

Із кінця геодезичної лінії АВ проводять геодезичну лінію, ортогонально до меридіан 2 початкової точки А. Точку пересічення цієї лінії з меридіаном позначають буквою С і називають допоміжною точкою. Її широту позначають через  $B_0$ . Формули для рішення прямої геодезичної задачі по лінії можна отримати застосувавши представлені нами вище ряди послідовно до ліній АС і СВ. довжини цих ліній знаходять із рішення сфероїдального трикутника АВС.

АВС.

Кінцеві формули мають такий вигляд [3]:

$$V_1 = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 B_1}; \quad \sigma = \frac{S}{C} V_1^2; \quad U_o = \sigma \cos A_1; \quad U_o = \sigma \sin A_1;$$

$$U = U_o \left(1 + \frac{\rho_o^2}{3}\right); \quad \vartheta = \vartheta_o \left(1 - \frac{U_o^2}{6}\right); \quad B_o = B_1 + \rho'' U \left[ V_1 - \frac{e'^2}{4} U (3 \sin 2B_1 + 2U \cos 2B_1) \right]$$

$$B_o - B_1$$

$$V_o = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 B_o}; \quad \gamma = \frac{\rho V_o}{V_1^2}; \quad \lambda = \frac{\gamma}{\cos B_o}; \quad \tau = \lambda \sin B_o;$$

$$\ell'' = \lambda \left(1 - \frac{\tau^2}{3}\right) \rho''; \quad t'' = \tau \left(1 - \frac{\lambda^2 + \tau^2}{6}\right) \rho''; \quad \alpha = \frac{t\gamma}{2} \left(1 + \frac{\lambda^2}{12}\right) V_o^2;$$

$$B_2 = B_o - \alpha''; \quad L_2 = L_1 + \ell''; \quad \varepsilon = \frac{U V}{2} \rho''; \quad A_2 = A_1 \pm 180^\circ + (t - \varepsilon).$$

При виведенні даних формул відкидалися члени, що вміщують  $\left(\frac{S}{c}\right)^5$ ,  $\left(\frac{S}{c}\right)^4 e'^2$ ,  $\left(\frac{S}{c}\right)^3 e'^4$ . При віддальх між пунктами не більше 100 км в середніх і низьких широтах формули дозволяють визначити геодезичні координати з точністю до 0,0001" і азимуту з точністю до 0,001".

В широтах північніше 60° при обчисленні різниці довгот слід застосувати більш точну формулу:

$$\ell'' = \rho'' \lambda \left[ 1 - \frac{\tau^2}{3} \left( 1 - \frac{2\tau^2 + \lambda^2}{5} \right) \right].$$

**Завдання 3.** Розв'язати прямі геодезичні задачі за способом Шрейбера /спосіб допоміжної точки/, або способом із середніми аргументами з метою отримання геодезичних координат пунктів В і С та геодезичних азимутів сторін трикутника АВС.

#### 1. Вихідні дані.

$B_A = 55^\circ 04' 21,466''$ ;  $L_A = 60^\circ 54' 06,400''$ ;  $A_{AB} = 42^\circ 33' 42,07''$ ;  
 $S_{AB} = 13907,77$  м. Довжини сторін BC і AC та значення урівняних сферичних кутів B і A вибрати з відповідних таблиць.  
 $S_{BC} = 17788,52$  м;  $S_{AC} = 14219,00$  м,  
 $\angle B = 51^\circ 33' 01,71''$ ;  $\angle A = 78^\circ 27' 08,38''$ .

2. Схема обчислень.

Сталі величини:  $e'^2 = 6,7385254 \cdot 10^{-3}$ ;  $C = 6399698,9$  м;  $\rho'' = 206264,81''$ .

Табл. 18. Рішення прямої геодезичної задачі за способом Шрейбера.

Елементи формул	1. A 2. B	1. B 2. C	1. A 2. C
A		$222^\circ 40' 57,964''$ "	$42^\circ 33' 42,070''$
Кут		$-51^\circ 33' 01,710''$	$+78^\circ 27' 08,380''$ "
$A_{12}$	$42^\circ 33' 42,07''$	$171^\circ 07' 56,254''$ "	$121^\circ 00' 50,450''$ "
$B_1$	$55^\circ 04' 21,466''$	$55^\circ 09' 52,3971''$ "	$55^\circ 04' 21,466''$
$V_1^2$	1,0022089	1,0021987	1,00220089
$V_1$	1,0011038	1,0010987	1,0011038
$S_{12}$	13907,77	17788,52	14219,00
$\sigma$	$2,1779916 \cdot 10^{-3}$	$2,7856984 \cdot 10^{-3}$	$2,2267309 \cdot 10^{-3}$
$U_0$	$1,6041988 \cdot 10^{-3}$	$2,7524005 \cdot 10^{-3}$	$1,1473176 \cdot 10^{-3}$
$\vartheta_0$	$1,4731578 \cdot 10^{-3}$	$4,2942677 \cdot 10^{-4}$	$1,9084006 \cdot 10^{-3}$
U	$1,6042000 \cdot 10^{-3}$	$2,7524007 \cdot 10^{-4}$	$1,1473190 \cdot 10^{-3}$
$\vartheta$	$1,4731572 \cdot 10^{-3}$	$4,2942623 \cdot 10^{-4}$	$1,9084002 \cdot 10^{-3}$
$(B_0 - B_1)''$	331,2527''	-568,3546''	-236,9140''
$(B_0 - B_1)^\circ$	$0^\circ 05' 31,2527''$	$-0^\circ 09' 28,3546''$	$-0^\circ 03' 56,9140''$
$B_1$	$55^\circ 04' 21,4660''$ "	$55^\circ 09' 52,3971''$ "	$55^\circ 04' 21,4660''$ "
$B_0$	$55^\circ 09' 52,7187''$ "	$55^\circ 00' 24,0425''$ "	$55^\circ 00' 24,5520''$ "
$V_0^2$	1,0021987	1,0022162	1,0022162
$\gamma$	$1,4715252 \cdot 10^{-3}$	$4,2895861 \cdot 10^{-4}$	$1,9063026 \cdot 10^{-3}$

$\lambda$	$2,5761033 \cdot 10^{-3}$	$7,4799101 \cdot 10^{-4}$	$3,3241020 \cdot 10^{-3}$
$\tau$	$2,1144617 \cdot 10^{-3}$	$6,1276836 \cdot 10^{-4}$	$2,7231719 \cdot 10^{-3}$
$l''$	531,3597''	154,2842''	685,6436''
$t''$	436,138''	126,392''	561,693''
$\varepsilon''$	0,244''	-0,122''	-0,226''
$(t - \varepsilon)''$	435,894''	126,514''	561,919''
$\alpha''$	0,3216''	0,0272''	0,5366''
$B_0$	55°09'52,7187 "	55°00'24,0425 "	55°00'24,5520 "
$B_2$	55°09'52,3971 "	55°00'24,0153 "	55°00'24,0154 "
$L_1$	60°54'06,400''	61°02'57,7597 "	60°54'06,400''
$l$	0°08'51,3597''	0°02'34,2842''	0°11'25,6436''
$L_2$	61°02'57,7597 "	61°05'32,0439 "	61°05'32,0436 "
$A_{12} \pm 180^\circ$	222°33'42,070 "	351°07'56,254 "	301°00'50,450 "
$(t - \varepsilon)$	0°07'15,894''	0°02'06,514''	0°09'21,919''
$A_{21}$	222°40'57,964 "	351°10'02,768 "	301°10'12,369 "

Програма № 12. Розв'язання головної прямої геодезичної задачі за формулами з середніми аргументами.

	F		ПРГ		F		ПРГ		F		ПРГ	
	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09		
00	C/П	$K \overline{\sigma''}$	XП6	XПВ	C/П	$K \overline{\sigma''}$	XП8	XПd	C/П	XП9		
10	1	ПXB	Fcos	XП2	$Fx^2$	ПXe	×	+	$F\sqrt{\quad}$	XП5		
20	$Fx^2$	ПX5	×	ПXd	Fcos	×	ПX9	ПXc	:	XП4		
30	×	XП0	$Fx^2$	XП3	ПXd	Fsin	ПX5	×	ПX2	:		
40	ПX4	×	XП7	$Fx^2$	2	×	XП2	ПX7	ПXB	Fsin		
50	×	$Fx^2$	XП4	ПX2	+	2	4	XП5	:	1		
60	+	ПX0	×	$\frac{C/П}{F}$ Xa	×		2	:	ПX6	+		
70	XПВ	ПX3	2	×	ПX2	+	ПX4	-	ПX5	:		
80	1	$\frac{C/П}{F}$	ПX4	$F\sqrt{\quad}$	×	ПXa	×		2	:		
90	ПX8	+	XПd	ПX4	ПX3	-	ПX5	:	1	+		
100	ПX7	×	$\frac{C/П}{F}$ Xa	×		F	AB T					

Примітка. В новому наблизенні роботи перехід, натискуючи клавіші БП, 10, С/П.

Протокол № 12. Розрахунку за програмою

№ п/п	Введення даних	Результат	Поз н.	№ п/п	Введення даних	Результат	По зн.
1	2	3	4	5	6	7	8
1	3600 ХП1			25	В/О С/П		
2	57,29578 ХПа		$\rho^\circ$	26	55°04'21,4 7" С/П		$B_A$
3	6399698,9 ХПс		$c=a^2$ /в	27	121°00'50, 4" С/П		$A_A$ $C$
4	6,7385254 ВП3/-/ХПе		$e'^2$	28	14219,00 С/П		$S_A$ $C$
5	В/О С/П			29		- 6,5809079*1 0 <sup>-2</sup> С/П	$b'_1$
6	55°04'21,47 " С/П		$B_A$	30		1,5640792*1 0 <sup>-2</sup> С/П	$a'_1$
7	42°33'42,07" С/П		$A_{AB}$	31		1,9076957*1 0 <sup>-1</sup>	$l'_1$
8	13907,77 С/П		$S_{ABC}$	32	БП 10 С/П		
9		9,2015332*1 0 <sup>-2</sup> С/П	$b_1$	33		- 6,5958775*1 0 <sup>-2</sup> С/П	$b'_2$
10		1,2073644*1 0 <sup>-1</sup> С/П	$a_1$	34		1,560887*10 <sup>-1</sup> С/П	$a'_2$
11		1,4726133*1 0 <sup>-1</sup>	$l_1$	35		1,9045663*1 0 <sup>-1</sup>	$l'_2$
12	БП 10 С/П			36	БП 10 С/П		
13		9,1925538*1 0 <sup>-2</sup> С/П	$b_2$	37		- 6,5958472*1 0 <sup>-2</sup> С/П	$b'_3$
14		1,210916*10 <sup>-1</sup> С/П	$a_2$	38		1,5008352*1 0 <sup>-1</sup> С/П	$a'_3$
15		1,475996*10 <sup>-1</sup>	$l_2$	39		1,9045659*1 0 <sup>-1</sup>	$l'_3$

Продовження протоколу № 12. Розрахунку за програмою

1	2	3	4	5	6	7	8
16	БП 10 С/П			40	БП 10 С/П		
17		$9,192528 \cdot 10^{-2}$ С/П	b <sub>3</sub>	41	$K \overline{\delta''}$	$-6,5958472 \cdot 10^{-2}$ $-0^{\circ}03'57,4545''$ С/П	b' <sub>4b</sub>
18		$1,210818 \cdot 10^{-1}$ С/П	a <sub>3</sub>	42	$K \overline{\delta''}$	$1,5608332 \cdot 10^{-1}$ $0^{\circ}09'21,9187''$ С/П	a' <sub>4a</sub>
19		$1,4759991 \cdot 10^{-1}$	l <sub>3</sub>	43	$K \overline{\delta''}$	$1,9045659 \cdot 10^{-1}$ $0^{\circ}11'25,6437''$	l' <sub>4l</sub>
20	БП 10 С/П			44		$60^{\circ}54'06,400''$	L <sub>A</sub>
21	$K \overline{\delta''}$	$9,192528 \cdot 10^{-2}$ $0^{\circ}05'30,93''$ С/П	b <sub>4b</sub>			$61^{\circ}05'32,0437''$	L <sub>C</sub>
22	$K \overline{\delta''}$	$1,210818 \cdot 10^{-1}$ $0^{\circ}07'15,894''$ С/П	a <sub>4a</sub>			$55^{\circ}04'21,466''$	B <sub>A</sub>
23	$K \overline{\delta''}$	$1,4759991 \cdot 10^{-1}$ $0^{\circ}08'51,3597''$	l <sub>4l</sub>			$-0^{\circ}03'57,4505''$	b
24		$60^{\circ}54'06,400''$	L <sub>A</sub>			$55^{\circ}00'24,0155''$	B <sub>C</sub>
$\alpha_{AB}$	$0^{\circ}07'15,8945''$	$61^{\circ}02'57,7587''$	L <sub>B</sub>			$121^{\circ}00'50,450''$	A <sub>AC</sub>
$180^{\circ}$ +a	$222^{\circ}33'42,070''$	$0^{\circ}05'30,9380''$	b			$180^{\circ}09'21,9187''$ "	$180^{\circ}$ +a
A <sub>BA</sub>	$222^{\circ}40'57,9645''$	$55^{\circ}04'21,466''$	B <sub>A</sub>			$301^{\circ}10'12,3687''$ "	A <sub>CA</sub>
		$55^{\circ}09'52,3970''$	B <sub>B</sub>				
45	В/О С/П			55		$4,2856309 \cdot 10^{-2}$	l'' <sub>2</sub>
46	$55^{\circ}09'52,40''$ С/П		B <sub>B</sub>	56	БП 10 С/П		
47	$171^{\circ}07'56,2''$ С/П		A <sub>BC</sub>	57		$-1,5788382 \cdot 10^{-1}$ С/П	b'' <sub>3</sub>
48	$17788,52$ С/П		S <sub>BC</sub>	58		$3,5142905 \cdot 10^{-2}$ С/П	a'' <sub>3</sub>
49		$-1,578742 \cdot 10^{-2}$ С/П	b'' <sub>1</sub>	59		$4,2856732 \cdot 10^{-2}$	l'' <sub>3</sub>
50		$3,531553 \cdot 10^{-2}$ С/П	a'' <sub>1</sub>	60	БП 10 С/П	$-1,5788382 \cdot 10^{-1}$	b'' <sub>4</sub>
51		$4,3025915 \cdot 10^{-2}$	l'' <sub>1</sub>	61	$K \overline{\delta''}$	$-0^{\circ}09'28,3817''$ С/П	b <sub>4</sub> <sup>o'''</sup>

52	БП 10 С/П			62		$3,5142905 \cdot 10^{-2}$	$a''_4$
53		$-1,578838 \cdot 10^{-1}$ С/П	$b''_2$	63	$K \overline{\delta''}$	$0^\circ 02' 06,51446''$ С/П	$a_4^{\circ''}$
54		$3,514256 \cdot 10^{-2}$ С/П	$a''_2$	64		$4,2856732 \cdot 10^{-2}$	$l''_4$
				65	$K \overline{\delta''}$	$0^\circ 02' 34,28423''$	$l_4^{\circ''}$
				66			

67		$61^\circ 02' 57,7597''$	$L_B$
68		$61^\circ 05' 32,0439''$	$L_C = L_B + l$
69		$55^\circ 09' 52,3970''$	$B_B$
70		$-0^\circ 09' 28,3817''$	$b$
71		$55^\circ 00' 24,0153''$	$B_C = B_B + b$
72		$171^\circ 07' 56,254''$	$A_{BC}$
73		$180^\circ 02' 06,51446''$	$180^\circ + a$
74		$351^\circ 10' 02,76846''$	$A_{CB}$

В ручному обрахунку.

Примітка. Значення  $b$ ,  $a$ ,  $l$  індикують в градусах і долях градуса. Для ручного обрахунку їх необхідно переводити в градуси, мінуги і секунди натиском клавіш

## Лабораторна робота № 8

**Завдання 4.** Розв'язати за способом із середніми аргументами обернені геодезичні задачі в розглянутому раніше трикутнику

Визначення довжини  $S_{12}$  геодезичної лінії, прямого і оберненого азимутів  $A_{12}$  і  $A_{21}$  в її початковій та кінцевій точках за відомими геодезичними координатами  $B_1, L_1$  початку і  $B_2, L_2$  кінця лінії.

### 1. Вихідні дані

Координати пункту С взяти як середнє з двох визначень при розв'язання прямих геодезичних задач.

$$\begin{aligned} B_A &= 55^\circ 04' 21,466''; & L_A &= 60^\circ 54' 06,400''; \\ B_C &= 55^\circ 00' 24,015''; & L_C &= 61^\circ 05' 32,044''. \end{aligned}$$



## 2. Робочі формули

$$b = \frac{(B_2 - B_1)}{\rho''}; \quad l = \frac{(L_2 - L_1)}{\rho''}; \quad B_m = \frac{(B_1 + B_2)}{2};$$

$$V_m = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 B_m}; \quad M_m = \frac{C}{V_m^3}; \quad N = \frac{C}{V_m};$$

$$\Delta p = \frac{b^2 - (l \sin B_m)^2}{24}; \quad \Delta q = \frac{2l^2 + (l \sin B_m)^2}{24};$$

$$p = S \sin A_m = l \cos B_m N_m (1 + \Delta p);$$

$$q = S \cos A_m = B M_m (1 - \Delta q);$$

$$\operatorname{tg} A_m = \frac{p}{q}; \quad S_1 = p \sin A_m + q \cos A_m;$$

$$S_2 = \sqrt{p^2 + q^2}; \quad S_{12} = \frac{S_1 + S_2}{2};$$

$$\Delta a = \frac{3b^2 + 2l^2 - 2(l \sin B_m)^2}{24}; \quad a'' = l \sin B_m \rho'' (1 + \Delta a);$$

$$A_{1,2} = A_m - \frac{a}{2}; \quad A_{21} = A_m \pm 180^\circ + \frac{a}{2}.$$

Табл. 19. Приклад схеми обчислень в ручному обрахунку

№ п/п	Елемент и формул	1. А 2. С	№ п/п	Елементи формул	1. А 2. С
1	B <sub>2</sub>	55°00'24,015"	15	1	3,3240958*10 <sup>-3</sup>
2	B <sub>1</sub>	55°04'21,466"	16	b <sup>2</sup>	1,32*10 <sup>-6</sup>
3	b°	-0°03'57,451"	17	l <sup>2</sup>	1,105*10 <sup>-5</sup>
4	b''	-237,451"	18	(l sin B <sub>m</sub> ) <sup>2</sup>	7,42*10 <sup>-6</sup>
5	b	-1,1511949*10 <sup>-3</sup>	19	a''	561,919"
6	B <sub>m</sub>	55°02'22,740"	20	a°'''	0°09'21,925"
7	V <sub>m</sub> <sup>2</sup>	1,0022125	21	p	12176,286
8	V <sub>m</sub>	1,0011056	22	q	-7342,9091
9	N <sub>m</sub>	6392631,2	23	A <sub>m</sub>	121°05'31,48"
10	M <sub>m</sub>	6378518,7	24	a/2	0°04'40,96"

11	$L_2$	61°05'32,044"	25	$A_{12}$	121°00'50,52"
12	$L_1$	60°54'06,400"	26	$A_{21}$	301°10'12,44"
13	$l^\circ$	0°11'25,644"	27	$S_1$	14219,011 м
14	$l''$	685,644"	28	$S_2$	14219,010 м
			29	$S_{12}$	14219,010 м

Точність визначення довжини лінії та азимутів за цими формулами характеризується такими граничними значеннями похибок  $\Delta S$  і  $\Delta A$ , що відповідають різним довжинам лінії на усіх широтах від 0° до 90° [3].

Табл. 20.

$S$ , км	80	200	400	600	800
$\Delta S$ , м	0,01	0,1	1	5	10
$\Delta A''$	0,02	0,1	0,5	1	2

Програма № 13. Розв'язання головної оберненої геодезичної задачі за способом зі середніми аргументами.

	F		ПРГ							
	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	C/П	XП4	C/П	XП5	C/П	XП6	Fcos	$Fx^2$	ПХ1	×
10	1	+	$F\sqrt{\quad}$	XП7	$Fx^2$	ПХ7	×	ПХ2	:	F 1/x
20	XП8	ПХ2	ПХ7	:	XП9	ПХ6	Fsin	XПа	ПХ5	×
30	$Fx^2$	XПв	ПХ5	$Fx^2$	2	×	+	2	4	XП7
40	:	XПd	ПХ4	$Fx^2$	ПХв	-	ПХ7	:	XПc	1
50	+	ПХ9	×	ПХ6	Fcos	×	ПХ5	×	XПc	1
60	ПХd	-	ПХ8	×	ПХ4	×	XПd	ПХ0	:	F 1/x
70	$Ftg^{-1}$	XПе	Fsin	ПХe	×	ПХd	ПХe	Fcos	×	+
80	XП0	C/П	ПХ5	$Fx^2$	2	×	ПХв	2	×	-
90	ПХ4	$Fx^2$	3	×	+	ПХ7	:	1	+	ПХ3
100	×	ПХа	×	ПХ5	×	F	АВТ			

Протокол № 14. Розв'язування головних обернених геодезичних задач за способом зі середніми аргументами.

№ п/п	Введення даних	Результат	Позн.	№ п/п	Введення даних	Результат	Позн.
1	6,7385254 ВПЗ/-/XП1		$e'^2$	1	В/О С/П		
2	206264,81 XПЗ		$\rho''$	2	55°00'24,0154 " $K^{\circ''}$ В↑		$B_2=B_C$

3	6399698,9 XП2		C	3	55°09'52,3971 " $K^{\overline{0''}}$ ....		$B_1=B_B$	
4	B/O C/П			4		- 0,157885 B↑	$b=B'_2-B'_1$	
5	55°09'52,3971 " $K^{\overline{0''}}$ B↑		$B_2=B_3$	5	57,29578 C/П			
6	55°04'21,466" $K^{\overline{0''}}$		$B_1=B_A$	6	61°05'32,0433 " $K^{\overline{0''}}$ B↑			
7		0,009192 528 B↑	$b=B'_2-$ B'_1	7	61°02'57,7597 " $K^{\overline{0''}}$ ....			
8	57,29578 C/П		$\rho^\circ$	8		0,042856 B↑		
9	61°02'57,7597 " $K^{\overline{0''}}$ B↑		$L_C$	9	57,29578 C/П			
10	60°54'06,400" $K^{\overline{0''}}$		$L_A$	10	55,085613° C/П			
11		0,147599 8 B↑	$l''=L_2-$ $L_1$	11		17788,64 C/П		
12	57,29578 C/П		$\rho^\circ$	12		126,5123		
13	55,118589 C/П			13	2 :			
14		13907,76 7 C/П	$S'_{AB}$ (M)	14	3600"			
15		435,8941 4"	a"	15	$K^{\overline{0''}}$	0°05'03, 2561"	1/2a	
16	2 :			16	ПХе $K^{\overline{0''}}$	- 8°50'58, "	A'_m	
17	3600"			17	$A_m=180^\circ+A$ $'_m=$	171°09'0 ,182"	$A_m$	
18	$K^{\overline{0''}}$	0°03'37,9 471"	1/2a	18	$A_{12}=A_{BC}=A$ $_m-1/2a=$	171°07'5 6,906"		
19	ПХе $K^{\overline{0''}}$	42°37'19, 9"	$A_m$	19	$A_m+180^\circ=$	351°09'0 0,162"		
$A_{12}=A_{AB}=A_m-$ 1/2a=		42°33'41,52 9"	$A_{CB}=A_2=A_m+1$ 80°+1/2a=	351°10'0 3,418"				
$A_m+180^\circ=$		222°37'19,9 "						
$A_{BA}=A_{21}=A_m+180^\circ+1$ /2a=			222°40'57,8471"					

1	В/О С/П			7		14219,01 2 С/П	$S_{AC}(M)$
2	0,05595861 1 В↑		$b^{\circ}_{AC}$	8		561,919"	$a''$
3	57,29578 С/П		$\rho''$	9	2 :		
4	1,9045666* $10^{-1}$ В↑		$b^{\circ}_{AC}$	10	3600"		
5	57,29578 С/П		$\rho^{\circ}$	11	$K^{\circ''}$	0°04'40,9 6"	
6	55,03965° С/П		$B_m$	12	ПХе $K^{\circ''}$	58°54'38, 51"	$A'_m$
					$A_m=180^{\circ}-$ $A'_m=$	121°05'3 1,49"	
					$A_{AC}=180^{\circ}+ A$ $_m -1/2a=$	121°00'5 0,52"	
					$A_{CA}=180^{\circ}+ A$ $_m +1/2a=$	301°10'1 2,44"	

Квадранти, в яких знаходяться азимуту визначаються графічно. Так, наприклад, на схему наносяться по координатах точки А, В, С.  $B_A=55^{\circ}04'21,466''$ ,  $B_C=55^{\circ}00'24,015''$ ,  $B_B=55^{\circ}09'52,397''$ ,  $L_A=60^{\circ}54'06,4''$ ,  $L_C=61^{\circ}05'32,044''$ ,  $L_B=61^{\circ}02'57,75''$ .

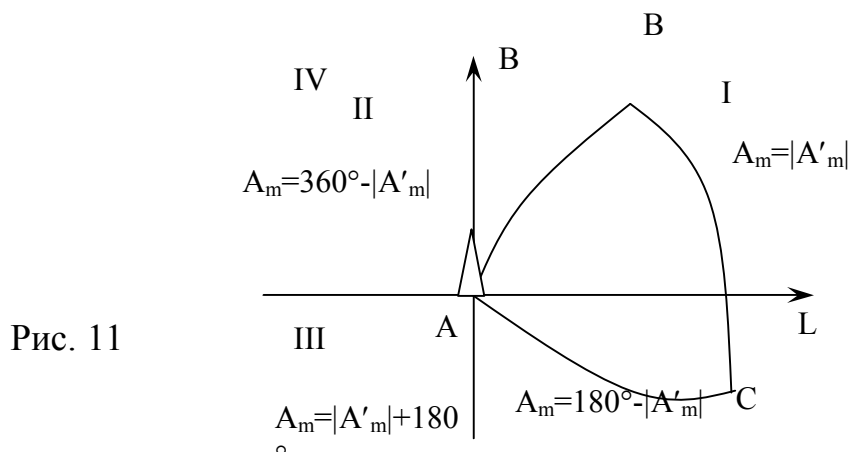


Рис. 11

Тоді:  $A_{AC}=180^{\circ}-|A'_m|-0,5a=121^{\circ}5'31,49''-0^{\circ}4'40,96''=121^{\circ}00'50,53''$ ;  
 $A_{CA}=180^{\circ}+|A'_m|+0,5a=301^{\circ}05'31,49''+0^{\circ}04'40,96''=301^{\circ}10'12,45''$ ;  
 $A_{BC}=180^{\circ}-|A'_m|-0,5a=171^{\circ}09'00,16''-0^{\circ}01'03,26''=171^{\circ}07'56,90''$ ;  
 $A_{CB}=180^{\circ}+|A'_m|+0,5a=351^{\circ}09'00,16''+0^{\circ}01'03,26''=351^{\circ}10'03,41''$ ;  
 $A_{AB}=180^{\circ}-|A'_m|-0,5a=42^{\circ}37'19,90''-0^{\circ}03'37,95''=42^{\circ}33'41,95''$ ;

$$A_{BA}=180^{\circ}+|A'_m|+0,5a=222^{\circ}37'19,90''+0^{\circ}03'37,95''=222^{\circ}40'57,85''.$$

### ДОДАТОК

Значення виміряних кутів трикутників вибираються із таблиці за останньою цифрою шифру. Значення геодезичних координат  $B_A$ ,  $L_A$  пункту А, геодезичного азимута  $A_{AB}$  напрямку АВ і довжини  $S_{AB}$  геодезичної лінії. АВ встановлюється із таблиці за останньою цифрою шифру, взявши  $B_T$ ,  $L_T$ ,  $A_T$ ,  $S_T$  і додавши кількість градусів, мінут і секунд відповідно по чергово рівним трьом останнім цифрам шифру. Наприклад, шифр 95-358, тоді  $B_A=B_T+3^{\circ}05'08''$ ;  $L_A=L_T+3^{\circ}05'08''$ ;  $A_{AB}=A_T+3^{\circ}05'08''$ .

Для отримання  $S_{AB}$  до  $S_T$  треба додати 3 останні цифри як кількість метрів  $S_{AB}=S_T+358$  м.

Табл. 1. Геодезичні координати пункту А, азимут і довжина вихідної сторони АВ.

№ вар.	$B_T$	$L_T$	$A_T$	$S_T$ (м)
0	50°33'17,17 1"	43°48'09,09 3"	205°14'18,2 2"	11900,05
1	50°36'44,21 7"	61°51'22,18 0"	48°39'49,90"	13018,76
2	50°10'06,92 5"	31°05'16,12 7"	111°29'40,5 2"	10618,42
3	50°14'18,58 8"	31°49'03,15 5"	310°00'51,9 8"	10972,27
4	50°21'28,12 0"	91°20'47,23 0"	66°59'00,79"	11008,39
5	50°19'11,88 2"	58°40'41,73 4"	240°58'01,7 0"	9027,83
6	50°25'33,83 2"	70°49'18,87 1"	338°47'50,1 4"	12333,51
7	50°27'15,46 3"	58°03'26,57 2"	138°19'19,6 3"	12619,44
8	50°09'21,14 5"	61°14'18,21 3"	168°33'29,8 1"	12099,48
9	50°40'48,58 4"	82°58'31,05 5"	52°01'44,28"	9588,10

Табл. 2. Виміряні сферичні кути

№ вар.	Назв. верш.	Вим. сфер. кут	№ вар.	Назв. верш.	Вим. сфер. кут	№ вар.	Назв. верш.	Вим. сфер. кут
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	С	56°04'51,18"	5	С	65°03'27,31"	11	С	61°37'25,60"
	В	59°58'40,89"		В	62°29'34,19"		В	56°38'14,53"
	А	63°56'30,13"		А	52°27'00,09"		А	61°44'22,22"
	Д	55°52'45,50"		Д	51°09'34,82"		Д	62°05'20,69"
	С	63°12'40,02"		С	61°06'14,82"		С	55°14'18,84"
	В	54°54'35,18"		В	67°44'13,26"		В	62°40'21,71"

Продовження табл. 2.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	С	60°54'25,65"	6	С	59°55'13,47"	12	С	55°03'01,55"
	В	55°22'10,06"		В	58°49'48,72"		В	58°09'26,39"
	А	63°43'23,92"		А	61°14'57,57"		А	66°47'33,86"
	Д	54°48'12,04"		Д	50°27'21,36"		Д	67°07'30,30"
	С	70°25'13,51"		С	58°54'38,72"		С	51°86'16,25"
	В	54°46'38,41"		В	70°38'01,63"		В	61°16'15,96"
2	С	66°06'17,85"	7	С	61°16'52,66"	13	С	54°22'13,10"
	В	66°41'37,75"		В	43°59'05,45"		В	56°49'32,31"
	А	47°12'07,17"		А	74°44'03,98"		А	68°48'17,19"
	Д	59°15'30,82"		Д	60°46'46,49"		Д	64°07'33,26"
	С	68°59'53,12"		С	54°08'43,41"		С	53°19'14,96"
	В	51°44'39,11"		В	65°04'32,55"		В	62°33'13,09"
3	С	61°06'31,71"	8	С	63°29'46,42"	14	С	55°18'26,98"
	В	65°11'28,75"		В	50°37'30,33"		В	57°52'19,76"
	А	53°41'59,32"		А	65°52'45,80"		А	66°49'15,93"
	Д	62°25'35,16"		Д	60°31'20,65"		Д	62°08'35,54"
	С	53°45'32,87"		С	46°08'48,94"		С	56°48'34,99"
	В	63°48'54,18"		В	73°19'50,96"		В	61°02'52,18"
4	С	65°36'12,77"	9	С	53°49'23,76"	15	С	55°51'09,17"
	В	48°47'17,72"		В	63°41'20,59"		В	56°18'22,72"
	А	65°36'32,51"		А	62°29'16,99"		А	67°50'30,09"
	Д	52°16'57,83"		Д	65°03'33,52"		Д	66°09'03,59"

	С	75°11'09,42"		С	47°50'57,40"		С	53°11'34,35"
	В	52°31'54,47"		В	67°05'30,15"		В	60°39'23,24"

**РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 2**  
**/для студентів стаціонарної форми навчання/**  
**ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ**

У цьому курсі розглядаються: геометрія земного еліпсоїда, поверхня якого приймається за поверхню відносності; розв'язання певних задач на цій поверхні. Зображення поверхні земного еліпсоїда на площині з метою встановлення системи плоских прямокутних координат.

Вивчення сфероїдної геодезії складається з самостійної роботи студента, прослуховування передбачених навчальною програмою лекцій і виконання певних задач на лабораторних заняттях під час екзаменаційної сесії. Самостійна робота зводиться до вивчення питань програми курсу за рекомендованою літературою і виконання контрольної роботи.

Для виконання лабораторних робіт і контрольної роботи необхідно встановити вихідні дані, використовуючи шифр студента. Значення вимірних кутів трикутників вибираються з таблиці 2 додатку за останньою цифрою шифру. Значення геодезичних координат  $B_A$ ,  $L_A$  пункту, геодезичного азимута  $A_{AB}$  напрямку  $AB$  і довжини  $S_{AB}$ , геодезичної лінії  $AB$  встановлюється за допомогою даних таблиці 1 додатку: з таблиці за останньою цифрою шифру вибирають  $B_T$ ,  $L_T$ ,  $A_T$ ,  $S_T$ . До вибраних значень додають кількість градусів, мінут і секунд відповідно почергово рівних трьом останнім цифрам шифру. Наприклад, шифр 93-428, тоді:

$$B_A = B_T + 4^\circ 02' 08''; L_A = L_T + 4^\circ 02' 08''; A_{AB} = A_T + 4^\circ 02' 08''.$$

Для отримання  $S_{AB}$  до  $S_T$  треба додати 3 останні цифри як кількість метрів  $S_{AB} = S_T + 428$  м.

**Лабораторна робота № 9**  
**ТЕМА: ОБЧИСЛЕННЯ ПРЯМОКУТНИХ КООРДИНАТ ГАУССА-КРЮГЕРА ЗА ГЕОДЕЗИЧНИМИ КООРДИНАТАМИ**

Практична мета трианшуляційних і полігонометричних робіт – визначення положення геодезичних пунктів на поверхні прийнятого референц-еліпсоїда. Якщо виміри проводяться між точками, відстань між якими в багато разів менша радіуса земної кулі, то для обробки геодезичних вимірів і для визначення взаємного положення точок земної поверхні замість поверхні еліпсоїда простіше і зручніше використовувати площину з системою плоских прямокутних координат.

Поскільки поверхню еліпсоїда не можна розгорнути на площину без спотворень, тому необхідно провести перехід за певним законом. Таких законів безліч. Найкращим чином всі вимоги задовольняє конформна проекція Гаусса-Крюгера.

Для переходу з еліпсоїда на площину в проекції Гаусса-Крюгера встановлена така послідовність дій:

1. Перехід від геодезичних координат  $B, L$  початкового пункту до його плоских прямокутних координат  $X, Y$  і обчислення для цього пункту зближення меридіанів  $\gamma$  на площині.

2. Наближене обчислення сторін трикутників, дирекційного кута вихідної сторони та попередніх координат  $X, Y$  вершин трикутників.

3. Обчислення редуції довжини вихідної сторони за перехід з еліпсоїда на площину і поправок за кривизну зображення геодезичної лінії на площині для кожного напрямку в триангуляції.

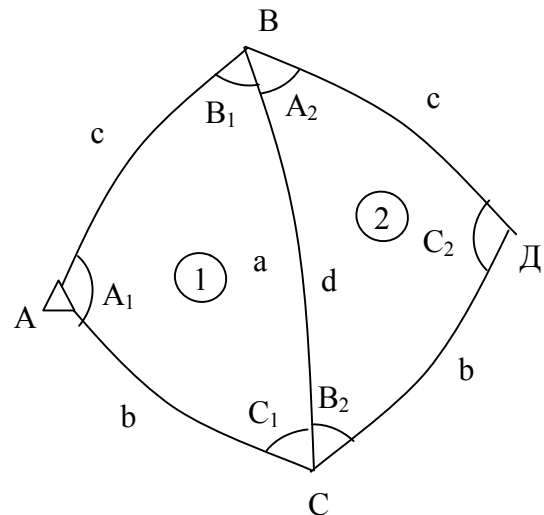
4. Врівноваження триангуляції на площині, остаточне обчислення сторін трикутників і остаточних прямокутних координат всіх пунктів.

Таким чином, необхідно редукувати виміряні елементи триангуляції з еліпсоїда на площину в проекції Гаусса-Крюгера.

Задача № 1. Спроекувати два трикутники триангуляції 2 – го класу з еліпсоїда на площину в проекції Гаусса-Крюгера і обчислити плоскі прямокутні координати їх вершин.

Табл. 5. Вихідні дані:

№ п/п	Назв.вер ш.	Вимір. сфер кути
1	С	49°59'51,20 "
	В	51°33'02,51 "
	А	78°27'09,18 "
2	Д	59°25'19,10 "
	С	68°47'54,33 "
	В	51°46'48,92 "



$$n = \frac{L_A^o}{3^o} = \frac{60,9^o}{3^o} = 20,3; \quad B_A = 55^{\circ}04'21,466'';$$

$$n = 20, \quad L_o = 3^{\circ}n = 60^{\circ}. \quad L_A = 60^{\circ}54'06,400'';$$

$$A_{AB} = 42^{\circ}33'42,07''; \quad S_{AB} = 13907,77 \text{ м.}$$

Робочі формули обчислення плоских прямокутних координат і зближення меридіанів в цьому пункті за геодезичними координатами:

$$x = I_x + II_x;$$

$$I_x = 6367558,5 \frac{B_A''}{\rho''}; \quad II_x = \left( (a_{24} l^2 + 0,5) \right)^2 N - a_o \sin B_A \cos B_A;$$



$$y = (b_{13}l^2 + 1)N \cos B_A; l = \frac{(L_A - L_o)''}{\rho''}; \operatorname{tg} \gamma = \frac{(4a_{24}l^2 + 1)l \sin B_A}{3b_{13}l^2 + 1};$$

$$N = \frac{C}{\sqrt{1 + e'^2 \cos^2 B_A}};$$

$$a_{24} = (0,0025 \cos^2 B_A + 0,25) \cos^2 B_A - 0,0417;$$

$$a_o = (0,703 \cos^2 B_A - 135,328) \cos^2 B_A + 32140,405;$$

$$b_{13} = (0,001123 \cos^2 B_A + 0,333333) \cos^2 B_A - 0,166667.$$

Для обчислення величини  $I_x$  треба мати мікроЕОМ з 10-ма вірними цифрами. При використанні восьмизначної мікроОЕМ підрахунки величини  $I_x$  можна виконувати за формулою /цією формулою можна користуватися при значеннях широти пунктів від  $42^\circ$  до  $58^\circ$ .

$$I_x = 5556743,05 + / B_A^\circ - 50^\circ / * 111134,86.$$

Програма № 5. Розрахунку прямокутних координат Гаусса-Крюгера за геодезичними координатами.

					F	ПР Г				
	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	5	ХП 4	9	ХП 0	С/П	кХ П4	FL0	04	С/П	$K^{\circ''}$
10	ХП 3	6	:	K[x]	6	$\frac{[C/P]}{\times}$	3	+		ПХ 3
20	-	ПХ b	$\times$	ПХ 9	$\frac{[C/P]}{\div}$	Fx <sup>2</sup>	ХП 5		$K^{\circ''}$	ХП 0
30	Fcos s	ХП 2	Fx <sup>2</sup>	ХП 3	0	*	6	$\times$	1	0
40	9	-	ПХ 3	$\times$	ПХ 7	+	ПХ 3	$\times$	ПХ 6	-
50	ХП 4	ПХ 8	ПХ 3	$\times$	ПХ e	-	ПХ 5	$\times$	0	*
60	5	+	ПХ 5	$\times$	ПХ 4	$\times$	ПХ c	ПХ 3	$\times$	-
70	ПХ a	+	ПХ 0	Fsin	$\times$	ПХ 2	$\times$	ХП 1	ПХ d	ПХ 0
80	$\times$	ПХ b	$\times$	ПХ 9	$\frac{[C/P]}{\div}$	ПХ 1	-		ПХ 5	$F \sqrt{\quad}$
90	ПХ 4	$\times$	ПХ 2	$\times$	ХП 1	С/П	ПХ 3	$\times$	С/П	-
100	ПХ 5	$\times$	1	+	$\frac{[C/P]}{\div}$	F	АВ Т			

Примітка: для розрахунку в  $6^\circ$  зоні слід відкоригувати програму: БП 16 F ПРГ0 F АВТ.

Протокол №5. Розрахунку за програмою.

№ п/п	Введення даних	Результат	Позн.	№ п/п	Введення даних	Результат	Позн.
1	2	3	4	1	2	3	4
Контрольний приклад Обрахунок координат в сусідній зоні				Розрахунок даного завдання БП 16 КІРГ 0 К АВТ-коректура програми			
1	В/О С/П	:9		21	БП 08 С/П		
				22	60°54'06,40 " С/П		L <sub>A</sub>
2	6399698,9 С/П		В 6 рег	23		60	L <sub>o</sub>
3	21562,267 С/П		В 7 рег	24	60 С/П		L <sub>o</sub>

Продовження протоколу №5 розрахунку за програмою

1	2	3	4	1	2	3	4
4	0,25	68 регістри		25		0,000247 71486	$l^2_{рад}$
5	206264,81 С/П		ρ"в 9 рег.	26	55° 04' 21,47" С/П		B <sub>A</sub>
6	32140,404 С/П		в рег.а.	27		6105793, 9 С/П	X <sub>A</sub>
7	3600 С/П		в рег.в.	28		- 57605,03 9	- Y' <sub>по</sub> пер.
8	135,3302 С/П		в рег.с.	29	1В↑ 3:С/П		
9	6367558,5 С/П		в рег.d.	30	1В↑ 6:С/П		
10	0,042 С/П		в рег.с.	31	ПХ1,×,/-/	57604,22 1	Y <sub>A</sub>
11	24° 02' 13,14" С/П		L	32	ПХ5, F√,ПХ		
12		27	L <sub>0</sub>	33	×,ПХв,:		
13	21 С/П		L <sub>0</sub> '	34	ХП1,ПХ0,Fsi n		
14		0,00280	$l^2_{рад}$	35	×,ХП2	0,739346	γ <sub>0</sub>

4		95653				64	
1 5	51° 38' 43,9" С/П		В	36	ПХ3,×,ПХ1		
1 6		5728374 ,4	Х	37	FX <sup>2</sup> ,×,3		
1 7		- 210220, 76	-У' попер	38	: ,ПХ 9, ПХВ		
1 8	1В↑ 3:С/П			39	:;FX <sup>2</sup> ;:		
1 9	1В↑ 6:С/П			40	ПХ2, +, к← <sub>σ</sub>	0° 44' 21,72"	γ
2 0	ПХ1,× /-	210198, 14	У		БП 08 С/П		

При розрахунку за програмою зближення меридіанів розраховується за формулами

$$\gamma = l^\circ \sin B + \frac{1}{3} \frac{l^3}{\rho^3} \sin B \cos^2 B,$$

яка забезпечує точність до 0,1".

Табл.6. Приведемо схему обчислень в ручному обрахунку

№ пп	Елементи формул	Результат	№ пп	Елементи формул	Результат
1	B <sub>A</sub>	55°04'21,466"	10	a <sub>24</sub>	4,0518471*10 <sup>-2</sup>
2	B <sub>A</sub> <sup>0</sup>	55,0272630 <sup>0</sup>	11	a <sub>0</sub>	32096,12
3	B <sub>A</sub>	198261,47	12	B <sub>13</sub>	-5,7279990*10 <sup>-2</sup>
4	cos <sup>2</sup> B	3,2779936*10 <sup>-1</sup>	13	I <sub>x</sub>	6120489,01
5	N	6392642,7	14	Π <sub>x</sub>	-14694,60
6	L <sub>A</sub>	60°54'06,4"	15	X <sub>A</sub>	6105794,41
7	L <sub>0</sub>	60°	16	Y <sub>A</sub>	57604,34
8	l°	0°54'06,4"	17	γ	0°44'21,72"
9	l	1,5738991*10 <sup>-2</sup>	18		

### Лабораторна робота №10

## ТЕМА: ОБЧИСЛЕННЯ ГЕОДЕЗИЧНИХ КООРДИНАТ ПУНКТУ А ЗА ПЛОСКИМИ ПРЯМОКУТНИМИ КООРДИНАТАМИ ГАУСА - КРЮГЕРА

Робочі формули:

$$B_A = B_x + [(A_{24}Z^2 - 1)z^2 A_{22}] \rho'';$$

$$L_A = L_0 - l_0;$$

$$l^{\text{рад}} = (B_{13}Z^2 + 1)Z;$$

$$\beta^0 = (x * 8,9980767 * 10^{-6});$$

$$\bar{Z} = \frac{Y}{N_x * \cos B_x};$$

$$B_x = ((238 \cos^2 \beta + 29361) \cos^2 \beta + 5022175) \sin \beta * \cos \beta * 5,729578 * 10^{-8} + \beta;$$

$$A_{22} = (0,003369 \cos^2 \beta_x + 0,5) \sin \beta_x \cos \beta_x;$$

$$A_{24} = 0,162 \cos^2 \beta_x + 0,25;$$

$$B_{13} = 0,66667 \cos^2 \beta_x - 0,333333;$$

$$N_x = \frac{c}{\sqrt{1 + c^{12} * \cos^2 \beta_x}}$$

Програма №6 розрахунку геодезичних координат за плоскими прямокутними координатами

ФПР Г	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	ПХО	ПXd	:	ПХ9	×	ХП4	ПХВ	:	ХП О	Fcos
10	ХП1	FX <sup>2</sup>	ХП2	ПХ О	Fsin	ПХ1	×	ПХ9	×	ПХ8
20	×	ХП1	2	2	ПХ2	Х	ПХа	+	ПХ2	×
30	ПХС	+	ПХ2	Х	ПХℓ	+	ПХ1	×	ПХ4	+
40	ПХВ	:	ХП О	Fcos	ХП1	FX <sup>2</sup>	ХП2	0	.	6
50	ПХ2	×	1	0	9	-	ПХ2	×	ПХ7	+
60	ПХ2	×	ПХ6	-	ПХ1	×	С/П	:	F <sup>1</sup> / <sub>x</sub>	Fx <sup>2</sup>
70	ХП4	ПХ5	ПХ2	×	С/П	+	ПХ1	×	ПХ0	Fsin
80	×	ПХ9	×	ПХ4	×	ХП1	ПХ3	ПХ4	×	I
90	-	ПХ1	×	С/П	ПХ2	×	С/П	-	ПХ4	×
100										

Протокол № 6 розрахунку за програмою(контрольний розрахунок).

№	Введення	Результа	Познач	№	Введення	Результат	Познач.
---	----------	----------	--------	---	----------	-----------	---------

пп	даних	т	.	пп	даних		
1	6399698,9Х П6		Введен ня	15	210198,19 С/П		У
2	21562,267Х П7		Const	16	0,5 С/П	-141,412"	$\Delta B''$
3	1ВП 10/- /ХП8			17	ПХВ, : , $\kappa \leftarrow_{\sigma''}$	- 0°02'21,412"	$\Delta B'''$
4	206264,81Х П9			18	1,В↑, 6, : , С/П		
5	2350ХПа			19	1,В↑, 3, : , С/П		
6	3600ХПв			20	ПХ4, F√, ×,		
7	293622ХПс			21		10933,128"	$\Delta L''$
8	6367558,5Х Пd			22	ПХВ, : , $\kappa \leftarrow_{\sigma''}$	3°02'13,128"	$\Delta L'''$
9	50221746Х Пе			23	ПХ0		
10	0,003365ХП 5			24	$\kappa \leftarrow_{\sigma''}$	51°41'05,32"	$B_x$
11	0,3ХПз					-221,412"	$\Delta B$
12	5728374,7Х П0		Х			51°38'43,90 8"	$B =$ $B_x + \Delta B$
13	В/О С/П					21°	$L_0$
14		- 3962602, ?				3°02'13,128"	$\Delta L$

$$24^{\circ}02'13,128'' \quad L = L_0 + \Delta L$$

#### Розрахунок за завданням

25	6105793,9ХП 0		$X_A$			60°	$L_0$
26	В/О С/П					0°54'06,39 3"	$\Delta L'''$
27		-3659724				60°54'06,3 93"	$L =$ $L_0 + \Delta L$
28	57604,221 С/П		$Y_A$				
29	0,5 С/П						
30		-12,019"	$\Delta B''$				
31	ПХВ, : , $\kappa \leftarrow_{\sigma''}$	- 0°00'12,01 9"	$\Delta B'''$				
32	1,В↑, 6, : , С/П						

33	1, B↑, 3, : , C/Π					
34	ΠX4, F√, ×,	3246,393"	ΔL"			
35	ΠXB, : , κ← <sub>ο"</sub>	0°54'06,39 3"	ΔL <sup>ο"</sup>			
36	ΠX4, F√, ×,					
37	κ← <sub>ο"</sub>	55°04'33,4 7"	B <sub>x</sub>			

$$\frac{-0^{\circ}00'12,019'' \Delta B}{55^{\circ}04'21,451'' B_A}$$

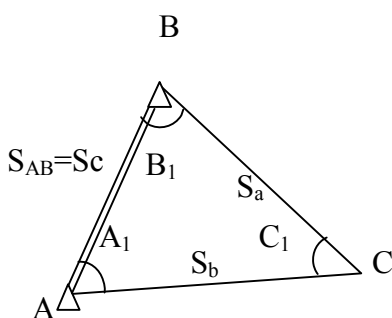
Табл.7. Схема обчислень в ручному обрахунку

№ №п п	Елементи формул	Результат	№ №п п	Елементи формул	Результат
1	X	6105794,41	9	A <sub>23</sub>	2,3521390*10 <sup>-1</sup>
2	β	54,9404406°	10	A <sub>24</sub>	3,0309463*10 <sup>-1</sup>
3	cos <sup>2</sup> β	3,2996768*10 <sup>-5</sup>	11	B <sub>13</sub>	-2,7870878*10 <sup>-1</sup>
4	B <sub>x</sub>	56,296024°	12	l	1,573899*10 <sup>-2</sup>
5	cos <sup>2</sup> B <sub>x</sub>	3,2774464*10 <sup>-1</sup>	13	l <sup>ο"</sup>	0°54'06,400"
6	N <sub>x</sub>	6392643,9	14	L <sub>0</sub>	60°
7	Y	57604,34	15	L <sub>A</sub>	60°54'06,400"
8	Z	1,5740078*10 <sup>-2</sup>	16	B <sub>A</sub> <sup>0</sup>	55,072629
				B <sub>A</sub>	55°04'21,464"

### Лабораторна робота № 11

#### ТЕМА: НАБЛИЖЕНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ ТРИКУТНИКІВ І ОБЧИСЛЕННЯ СФЕРИЧНИХ НАДЛИШКІВ

При розв'язанні сфероїдальних трикутників в геодезичних роботах знаходять невідомі елементи, якими є дві сторони трикутника завідомими A, B, C і довжиною сторони S<sub>AB</sub>.



Якщо різниця висот пунктів мережі триангуляції не перевищує 2,5°, то трикутники можна розв'язувати як сферичні з відносною похибкою 10<sup>-8</sup> [6].

Розв'язання сферичного трикутника виконують за теоремою синусів сферичної тригонометрії, виражаючи довжини сторін в градусній мірі і роблячи зворотний перехід до лінійних

величин. Беручи до уваги, що у геодезичних мережах довжини сторін трикутників значно менші від радіус сфери, особливо коли сторони трикутника настільки малі, що кривизною кулі можна нехтувати, трикутник розв'язується як плоский за формулами

$$S_B = S_C \frac{\sin B_1}{\sin C_1}; \quad S_a = S_C \frac{\sin A_1}{\sin C_1}; \quad /7.1/$$

В триангуляції I класу кривизною кулі нехтувати не можна. Поправки за кривизну кулі при розв'язуванні сферичних трикутників як плоских за формулами /7.1/ можна враховувати двома способами:

1/ введенням поправок в сферичні кути з збереженням довжин сторін (спосіб Лежандра) ; 2/ введенням поправок в сторони з збереженням величин кутів (спосіб аддитаментів).

Теорема Лежандра: Якщо сторони малого сферичного трикутника не перевищують 100 км., то його можна розв'язувати як плоский, зменшуючи кожен його кут на третину сферичного надлишку.

$$E = \frac{\rho''}{2R^2} S_C \frac{\sin B \sin A}{\sin C}, \quad /7.2/$$

к ← тоді

$$S_g = S_C \frac{\sin\left(B' - \frac{E}{3}\right)}{\sin\left(C' - \frac{E}{3}\right)}, \quad S_a = S_C \frac{\sin\left(A' - \frac{E}{3}\right)}{\sin\left(C' - \frac{E}{3}\right)}, \quad /7.3/$$

В цих формулах  $A', B', C'$  - зрівноважені сферичні кути;  
 $E$  - сферичний надлишок;  $A, B, C$  - виміряні кути сферичного трикутника.  
 Після знаходження сферичного надлишку величину кутової нев'язки в трикутнику підраховують за формулою

$$w = A + B + C - (180^\circ + E); \quad \dots \quad /7.4/$$

Послідовність розв'язання трикутника триангуляції за теоремою Лежандра така:

1. Підрахування сферичного надлишку за формулою /7.2/.
2. Підрахування кутової нев'язки за формулою /7.4/ і врівноваження кутів.

$$A' = A - \frac{w}{3}; \quad B' = B - \frac{w}{3}; \quad C' = C - \frac{w}{3}. \quad /7.5/$$

3. Знаходження невідомих сторін за формулами /7.3/.

1. Підрахування сферичного надлишку і попереднє рішення трикутників.

Робочі формули /для трикутника ABC/.

$$b = c \frac{\sin B}{\sin C}; \quad a = c \frac{\sin A}{\sin C}; \quad E'' = fbcsinA.$$

Величина  $f$  для широт від  $50^\circ$  до  $60^\circ$  приймається  $2,53 \cdot 10^{-9}$ .

Табл. 8.

Широта	Для сторін в км
$35^\circ$	0,002541
$45^\circ$	0,002535
$55^\circ$	0,002529
$65^\circ$	0,002524
$75^\circ$	0,002520

Табл. 9. Схема обчислень.

Назва верш.	Назва кута	Виміряні сферичні кути	Синуси кутів	Довжини сторін	Обчислення сферичного надлишку	
C	$C_1$	$49^\circ 59' 51''$	0,76602	13908	$f$	$2,53 \cdot 10^{-9}$
B	$B_1$	$51^\circ 33' 02''$	0,78316	14219	$Bc$	$1,98 \cdot 10^8$
A	$A_1$	$78^\circ 27' 09''$	0,97976	17789	$\sin A$	0,98
$\Sigma$		$180^\circ 00' 00''$			$E''$	0,49
D	$C_2$	$59^\circ 25' 19''$	0,86094	17789	$f$	$2,53 \cdot 10^{-9}$
C	$B_2$	$68^\circ 47' 54''$	0,93231	19263	$Cd$	$3,43 \cdot 10^8$
B	$A_2$	$51^\circ 46' 49''$	0,78564	16233	$\sin B$	0,786
$\Sigma$		$180^\circ 00' 02''$			$E''$	0,68

Програма №7.1 розв'язання трикутників і обчислення сферичних надлишків.

F	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
ПРГ										
00	C/П	$\overrightarrow{K^{\circ''}}$	XП0	C/П	$\overrightarrow{K^{\circ''}}$	XП1	C/П	$\overrightarrow{K^{\circ''}}$	XП2	+
10	ПХ0	+	XП6	$\overleftarrow{K^{\circ''}}$	C/П	ПХ0	Fsin	ПХ1	Fsin	×
20	ПХ2	Fsin	:	ПХ5	$Fx^2$	×	Пх3	×	XП7	C/П
30	ПХ0	Fsin	XПв	C/П	ПХ2	Fsin	C/П	:	ПХ5	×
40	XП5	C/П	ПХ1	Fsin	C/П	ПХв	:	ПХ5	×	C/П
50	БГ	00	F	АВТ						



Протокол №7.1 розрахунку за програмою

№ № пп	Введення даних	Результ.	Позн ач.	№ №п п	Введення даних	Результ.	Позн ач.
1	2,53 ВП9/ /ХПЗ		f	14	51°46'49" С/П		A <sub>2</sub>
2	13908 ХП5		S <sub>c</sub>	15	68°47'54" С/П		B <sub>2</sub>
3	В/О С/П			16	59°25'19" С/П		C <sub>2</sub>
4	78°27'09" С/П		A <sub>1</sub>	17		180°00'02" С/П	Σ
5	51°33'02" С/П		B <sub>1</sub>	18		0,68" С/П	E <sub>2</sub> "
6	49°59'51" С/П	180°00'02" С/П	C <sub>1</sub>	19		0,78564 С/П	SinA <sub>2</sub>
7		0,49" С/П	Σ	20		0,86094 С/П	SinC <sub>2</sub>
8		0,97976 С/П	E <sub>1</sub> "	21		16233 С/П	S <sub>зв'яз.</sub>
9		0,76602 С/П	SinA <sub>1</sub>	22		0,93231 С/П	SinB <sub>2</sub>
10		17789 С/П	SinC <sub>1</sub>	23		19263	S <sub>пром.</sub>
11		0,783161 С/П	S <sub>зв'яз.</sub>				
12		14219 С/П	SinB <sub>1</sub>				
13			S <sub>прям.</sub>				
1							

2. Обчислення наближеного дирекційного кута вихідної сторони.

Робоча формула:

$$\alpha_{AB} = A_{AB} - (\pm \gamma_a)$$

A <sub>AB</sub>	42°33'4 2"
γ <sub>a</sub>	0°44'22 "
α <sub>AB</sub>	41°49'2 0"

3. Обчислення наближених координат пунктів.

Робочі формули:

$$X_2 = X_1 + \Delta X_{12} = X_1 + S_{12} \cos \alpha_{12} ,$$

$$Y_2 = Y_1 + \Delta Y_{12} = Y_1 + S_{12} \sin \alpha_{12} .$$

Табл. 10. Схема обчислень

Элемент и формул	1. А 2. В	1. А 2. С	1. В 2. С	1. В 2. D	1. С 2. D
$\alpha$		41°49'20 "	221°49'2 0"	170°16'1 8"	350°16'1 8"
Кут		+78°27'0 9"	- 31°33'02 "	- 51°46'49 "	+68°47'5 4"
$\alpha_{12}$	41°49'2 0"	120°16'2 9"	170°16'1 8"	118°29'2 9"	59°04'12 "
$X_2$	611615 8	6098626	6098625	6106969	6106970
$X_1$	610579 4	6105794	6116158	6116158	6098626
$\Delta X$	10364	-7168	-17533	-9189	8344
$\text{Cos}\alpha_{12}$	0,74522	-0,50415	-0,98562	-0,47703	0,51399
S	13908	14219	17789	19263	16233
$\text{Sin}\alpha_{12}$	0,66682	0,86362	0,16898	0,87889	0,85780
$\Delta Y$	9274	12280	3006	16930	13925
$Y_1$	57604	57604	66878	66878	69884
$Y_2$	66878	69884	69884	83808	83809

Програма № 7.2. Обчислення плоских прямокутних координат  
F ПРГ

	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	С/П	ХП 1	С/П	ХП2	С/П	ХП3	С/П	$\vec{K}^{0''}$	С/П	$\vec{K}^{0''}$
10	С/П	ХП 4	Fcos	ПХ3	×	ПХ1	+	С/П	ПХ 4	Fsin
20	ПХ 3	×	ПХ2	+	С/П	БП	00	F	АВ Т	

Протокол № 7.2. Розрахунку за програмою

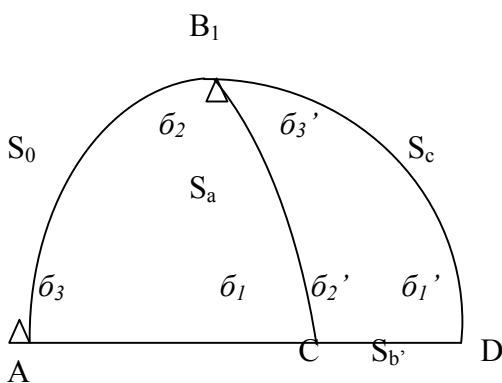
№ №п п	Введення даних	Результ ат	Познач.	№ №п п	Введенн я даних	Результат	Познач
1	В/О С/П			8		61161585 С/П	$X_2$
2	6105794 С/П		$X_1$	9		66878	$Y_2$

3	57604 С/П		$Y_1$		В/О С/П		
4	13908 С/П		$S_{12}$				
5	41°49'20" С/П		$\alpha_0$				
6	О С/П		Кутβ				
7	+ С/П		лівий - правий +				

**Примітка:** при обрахунку за програмою в схемі обчислень не приводиться значення  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ .

### Лабораторна робота № 12

#### ТЕМА: ОБЧИСЛЕННЯ РЕДУКЦІЇ НАПРЯМКІВ, КУТІВ І ДОВЖИНИ ВИХІДНОЇ СТОРОНИ



$$\bar{b}_{12} = \frac{1}{3} f(x_1 - x_2)(2y_1 + y_2),$$

$$\bar{b}_{21} = \frac{1}{3} f(x_1 - x_2)(y_1 + 2y_2),$$

Для трикутника ABC:

$$\bar{b}_1 = \bar{b}_{CB} - \bar{b}_{CA};$$

$$\bar{b}_2 = \bar{b}_{BA} - \bar{b}_{BC};$$

$$\bar{b}_3 = \bar{b}_{AC} - \bar{b}_{AB};$$

Для трикутника DCB :

$$\bar{b}'_1 = \bar{b}_{DB} - \bar{b}_{DC}; \quad \bar{b}'_2 = \bar{b}_{CD} - \bar{b}_{CB}; \quad \bar{b}'_3 = \bar{b}_{BC} - \bar{b}_{BD};$$

$$d = S - \Delta S = S + fS \left( y_m^2 + \frac{\Delta y^2}{12} \right), \quad y_m = \frac{(y_1 + y_2)}{2}, \quad \Delta y = y_2 - y_1$$

Значення величини  $f$ , як в попередній лабораторній роботі приймається  $2,53 \cdot 10^{-9}$ , а  $f'$  для широт (від 50 до 59)  $+ 1,23 \cdot 10^{-8}$ ;  $f'' = 1,23 \cdot 10^{-8}$ . при обчисленні величини  $dS$  величину  $Y_1$ ,  $dY$  необхідно виразити в кілометрах.

Табл.11 Схема обчислень

Елементи формул	1.A 2.B	1.A 2.C	1.B 2.C	1.B 2.D	1.C 2.D
$1/3 f$	$8,43 \cdot 10^{-10}$				
$x_1$	6105794	6105794	6116158	6116158	6098626
$x_2$	6116158	6098626	6098625	6106969	6106970
$x_1 - x_2$	-10364	7168	17533	9189	-8844
$y_1$	57604	57604	66878	66878	69884
$y_2$	66878	69884	69884	83308	83809
$2y_1 + y_2$	182086	185092	203640	217564	223577
$b_{12}$	-1,59"	+1,12"	+3,01"	+1,68"	-1,57"
$y_1 + 2y_2$	191360	197372	206646	234494	237502
$b_{21}$	+1,67"	-1,19"	-3,05"	-1,82"	+1,67"
$b_1$		-1,86"		-3,49"	
$b_2$		-1,34		+1,48"	
$b_3$		+2,71"		+1,33"	
$\Sigma b$		-0,49"		-0,68"	
$E''$		+0,49		+0,68"	
$S$	13907,77				
$y_m$	62,2				
$\Delta y$	9,27				
$f'$	$1,23 \cdot 10^{-8}$				
$\Delta S$	0,66				
$d$	13908,43				

Програма № 8.1 обчислення редуцій напрямків, кутів і довжини вихідної сторони										
F ПРГ	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	С/П	ХП0	С/П	ХПа	Сх	Хпе	С/П	ХП1	С/П	ХП2
10	-	ХП3	С/П	ХП4	2	х	С/П	ХП5	+	х
20	ПХ0	х	ХП6	С/П	ПХ3	ПХ5	2	х	ПХ4	+
30	х	ПХ0	х	-	ХП7	С/П	ПХ5	ПХ4	-	ХП8
40	FX2	ХПd	ПХ3	FX2	+	F√	ХП9	С/П	ПХ4	ПХ5
50	+	2	:	ХПв	FX2	ПХd	1	2	:	+
60	Па	х	0	+	ПХ9	х	С/П	ПХ6	ПХ e	-
70	ПП	76	БП	06	ПХ6	ХПе	В/О	F	АВТ	

Примітка: В новому рахунку БП 04 С/П

Протокол розрахунку за програмою							
№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
1	В/О С/П			13		-1,59 С/П	
2	8,43 ВП 10 /-/ С/П		1/3 f	14		-1,59	
3	1,23 ВП 14 /-/ С/П		f	15	6105794 С/П		x' <sub>1</sub>
4	6105794		x <sub>1</sub>	16	6098626 С/П		x' <sub>2</sub>
5	6116158 С/П		x <sub>2</sub>	17		7168	Δx' <sub>21</sub>
6		-10364	Δx <sub>21</sub>	18	57604 С/П		y' <sub>1</sub>
7	57604 С/П		y <sub>1</sub>	19	69884 С/П		y' <sub>2</sub>
8	66874 С/П		y <sub>2</sub>	20		+1,12 С/П	b' <sub>12</sub>
9		-1,59 С/П	b <sub>12</sub>	21		-1,19 С/П	b' <sub>21</sub>
10		+1,67 С/П	b <sub>21</sub>	22		14218,952 С/П	S'
11		13907,536 С/П	S'	23		0,71 С/П	ΔS
12		0,66 С/П	ΔS	24		+2,21	b <sub>3</sub>
				25	БП 04 С/П		

Перехід від геодезичного азимута вихідної сторони до дирекційного кута на площині.

Робоча формула:  $\alpha_{AB} = A_{AB} - \gamma_a + \delta_{AB}$

$$A_{AB} \quad 42^{\circ}33'42,07''$$

$$\gamma_a \quad 0^{\circ}44'21,72''$$

$$b_{AB} \quad -1,59''$$

$$\alpha_{AB} \quad 41^{\circ}49'18,76''$$

**Лабораторна робота №13**  
**ТЕМА :ЗРІВНЮВАННЯ МЕРЕЖІ**

Обчислення плоских прямокутних координат вершин трикутників.

**Робочі формули:**

$$\omega = \sum \beta_{\Delta} - \varepsilon; \quad \beta(\text{зрівнов.}) = \beta - \omega / 3.$$

Контроль:  $\sum \beta(\text{зрівнов.}) = 180^{\circ}00'00,00''$ .

Схема обчислень							
Назви вершин	Виміряні сферичні кути	б	Виміряні плоскі кути	-w/3	Урівняні плоскі кути	Синуси кутів	Довжини сторін
1	2	3	4	5	6	7	8
С	49° 59'51,20"	-1,86"	49° 59'49,34"	-0,80	49° 59'48,54"	0,7660088	13908,43
В	51° 33'02,51"	-1,34	51° 33'01,17"	-0,80	51° 33'00,37"	0,7831522	14219,7
А	78° 27'09,18"	+2,71	78° 27'11,89"	-0,80	78° 27'11,09"	0,979761	17789,53
	180° 00'02,89"	-0,49	180° 00'02,40"	-2,40	180° 00'00,00"		
Е	0,49						
w	2,4						
Д	59° 25'19,10"	-3,49	59° 25'15,61"	-0,55	59° 25'15,06"	0,8609272	17789,53
С	68° 47'54,33"	+1,48	68° 47'55,81"	-0,56	68° 47'55,25"	0,9323155	19264,64
В	51° 46'48,92"	+1,33	51° 46'50,25"	-0,56	51° 46'49,69"	0,785646	16233,98
	180° 00'02,35"	-0,68	180° 00'01,67"	-1,67	180° 00'00,00"		
Е	0,68						
w	1,67						

Програма № 9 розрахунку сторін в межах триангуляції											
F	ПРГ	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	С/П	ХП1	С/П	K <sub>0III</sub>	Fsin	ХП2	С/П	K <sub>0III</sub>	Fsin	С/П	
10	:	ПХ1	х	ХП1	С/П	K <sub>0III</sub>	Fsin	С/П	ПХ2	:	
20	ПХ1	х	С/П	БП	02	F	АВТ				

Протокол № 9 розрахунку з програмою

№№ пп	Введення даних	Результат	Позначення	№№ пп	Введення даних	Результат	Позначення
1	В/О С/П			11	51° 46'49,69" С/П		
2	13908,43 С/П		S <sub>0</sub>	12		0,785646	
3	78° 27'11,09" С/П		A <sub>1</sub>	13	59° 25'15,06" С/П		
4		0,97976111	sin A <sub>1</sub>	14		086092725 С/П	

5	49° 59'48,54" С/П		$C_1$	15		16233,979	
6		0,76600875	$\sin C_1$	16	68° 47'55,25" С/П		
7		17789,532	$S_a$	17		0,93231547 С/П	
8	51° 33' 00,37" С/П		$B_1$	18		19264,64	
9		0,78315224 С/П	$\sin B_1$	19			
10		14219,703 С/П	$S_b$	20			

Елементи формул	1.A 2.B	1.A 2.C	1.B 2.C	1.B 2.D	1.C 2.D
$\alpha_0$		41° 49'18,76"	221° 49'18,76"	170° 16'18,39"	350° 16'18,39"
кут		+78° 27'11,09"	-51° 33'00,37"	-51° 46'49,69"	+68° 47'55,25"
$\alpha_{12}$	41° 49'18,76"	120° 16'29,85"	170° 16'18,39"	118° 29'28,7"	59° 04'13,64"
$x_2$	6116159,27	6098625,55	6098625,55	6106969,56	6106969,55
$x_1$	6105794,41	6105794,41	6116159,27	6116159,27	6098625,55
$dx$	10364,86	-7168,86	-17533,72	-9189,71	8344
$\cos a_{12}$	0,7452215	-0,5041496	-0,9856203	-0,4770249	0,5139837
$d_{12}$	13908,43	14219,7	17789,7	19264,64	16233,98
$\sin a_{12}$	0,6668171	0,8636163	0,1689752	0,8788898	0,9578
$dy$	9274,38	12280,36	3005,99	16931,5	13925,51
$y_1$	57604,34	57604,34	66878,72	66878,72	69884,7
$y_2$	66878,72	69884,7	69884,71	83810,22	83810,21

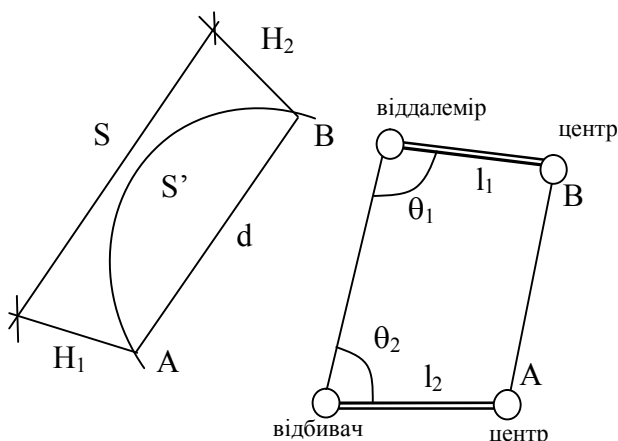
Всі 14 програм складено для програмованих мікрокалькуляторів “електроніка МК- 52” і “МК-61” доцентом Літнарівичем Р.М. в 1995 році і впроваджені в навчальний процес 1995-1996 навчального року.

### Теоретична геодезія

Редукування вимірних елементів триангуляції на референц-еліпсоїд по способу проектування.

#### Лабораторна робота № 14.

ТЕМА: РЕДУКУВАННЯ ПОХИЛИХ ДАЛЬНОСТЕЙ.



#### 1. Вихідні дані:

$S = 20285,32$  м,  $l_1 = 1,225$  м,  
 $H_1 = 1277,33$  м,  $\theta_1 = 32^\circ 10'$ ,  
 $H_2 = 689,81$  м,  $l_2 = 0,342$  м,  
 $A_m = 74^\circ 39'$ ,  $\theta_2 = 70^\circ 30'$ ,  
 $B_m = 53^\circ 28'$ .

Індивідуальний варіант: до кожного із значень додати дві останні цифри шифру залікової книжки студента.

Рис. 14.1. Рис. 14.2.

$l_1, \theta_1$  і  $l_2, \theta_2$  – елементи приведень відповідно для віддалеміра і відбивача;  
 $l_1$  – віддаль в горизонтальній площині між віддалеміром і центром знаку А;  
 $\theta_1$  – кут в точці встановлення віддалеміра, відрахований по годинниковій стрілці від напрямку на центр знаку до напрямку на відбивач.

## 2. Робочі формули.

### 1. Поправка за ухил:

$$\Delta S_1 = -\frac{(H_2 - H_1)^2}{2S} - \frac{(H_2 - H_1)^4}{(2S)^3}, \quad (1)$$

$$H_1 = H_q^1 + \zeta_1 + i_1, \quad (2) \quad H_2 = H_q^2 + \zeta_2 + i_2, \quad (3)$$

де  $S$  – виміряна по прямій віддаль між віддалеміром на пункті А і відбивачем на пункті В;

$H_1$  і  $H_2$  – геодезичні висоти відповідно віддалеміра і відбивача;

$H_q^1$  і  $H_q^2$  - висоти пунктів А і В над квазігеоїдом;

$\zeta_1$  і  $\zeta_2$  - висоти квазігеоїда над еліпсоїдом;

$i_1$  – висота віддалеміра над центром знаку А;

$i_2$  – висота відбивача над центром знаку В.

### 2. Поправки за висоту.

$$\Delta S_2 = -\frac{H_m}{R_A} S + \frac{H_m^2}{R_A^2} S^2, \quad (4)$$

$$\text{де } H_m = -\frac{1}{2}(H_1 + H_2), \quad (5)$$

$$R_A = a \left( 1 + \frac{1}{2} e^2 \sin^2 B_m - e^2 \cos^2 B_m \cos^2 A_m \right). \quad (6)$$

### 3. Поправки за перехід від хорди до геодезичної лінії.

$$\Delta S_3 = \frac{S^3}{24R^2} \approx 1.02 * 10^{-6} S^3. \quad (7)$$

Поправка  $\Delta S_3$  буде виражена в метрах, якщо  $S$  виражена в кілометрах.

### 4. Поправка за приведення до центрів знаків.

$$\Delta S_4 = -(b_1 \cos \theta_1 + e_2 \cos \theta_2). \quad (8)$$

Довжину похилої дальності, спроектованої на еліпсоїд, одержимо по формулі:

$$S'_o = S + \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \Delta S_4. \quad (9)$$

Довжину хорди між проєкціями точок А і В на референц-еліпсоїд можна вирахувати також по формулі:



$$d^2 = \frac{(S + \Delta H)(S - \Delta H)}{\left(1 + \frac{H_1}{R_A}\right)\left(1 + \frac{H_2}{R_A}\right)}, \quad (10)$$

$$\text{де } \Delta H = H_1 - H_2. \quad (11)$$

Формули (10) і (11) можна примінити для редукування віддалей порядку сотень кілометрів.

3. Розрахунок редукованої довжини  $S_0$  похилої віддалі.

a	6378,2 км	$\cos^2 A_m$	$7,0074 \cdot 10^{-2}$
$e^2$	$6,6934 \cdot 10^{-3}$	$\frac{1}{2} e^2 \sin^2 B_m$	$2,1607 \cdot 10^{-3}$
$\cos^2 B_m$	$3,5437 \cdot 10^{-1}$	$\frac{e^2 \cos^2 A_m}{\cos^2 B_m}$	$1,6621 \cdot 10^{-4}$
$\sin^2 B_m$	$6,4562 \cdot 10^{-1}$	$R_A$	6390,9 км

$H_2$	689,81	$H_m$	983,57
$H_1$	1277,33	$R_A$	$6391 \cdot 10^3$
$H_2 - H_1$	-587,52	$H_m/R_A$	0,0001539
$(H_2 - H_1)^2$	$3452 \cdot 10^2$	S	20285
2S	$4057 \cdot 10$	$\Delta_1$	-3,121
$\Delta_1$	-8,509	$(H_m/R_A)^2$	$24 \cdot 10^{-9}$
$(H_2 - H_1)^4$	$12 \cdot 10^{10}$	$\Delta_2$	0,000
$(2S)^3$	$66 \cdot 10^{12}$	$\Delta S_2$	<b>-3,121</b>
	$\Delta_2$	-0,001	
	$\Delta S_1$	<b>-8,510</b>	

S	20,2	S	20285,32	$\cos \theta_1$	0,8465
$S^3$	$8,2 \cdot 10^3$	$\Delta S$	-12,77	$e_1$	1,225
	$1,02 \cdot 10^{-6}$	$S'_0$	<b>20272,55</b>	-	-1,037
$\Delta S_3$	<b>0,008</b>			$e_1 \cos \theta_1$	0,3338
				$e_2$	0,342
				-	-0,114
				$e_2 \cos \theta_2$	-0,114
				$\Delta S_4$	<b>-1,151</b>

4. Контрольне вирахування довжини хорди d по формулі (9).

$\Delta H = H_2 - H_1$	-587,52 м	$1 + H_1/R_A$	1,000199
------------------------	-----------	---------------	----------

S + ΔH	19697,80	1+H <sub>2</sub> /R <sub>A</sub>	1,000107
S - ΔH	20872,84	d	20273,70 м

Програма редукування похилих дальностей на поверхню референц-еліпсоїда.

F <sub>прг</sub>	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	5	XП4	9	XП0	C/П	KXП4	FL0	04	ПХ2	ПХa
10	Fsin	FX <sup>2</sup>	×	2	:	1	+	XП0	ПХ2	ПХa
20	Fcos	FX <sup>2</sup>	×	ПХ9	Fcos	FX <sup>2</sup>	×	ПХ0	-	ПХ3
30	×	/-/	XП4	ПХ8	ПХ7	-	XП5	FX <sup>2</sup>	ПХ6	2
40	×	XП1	:	XП9	ПХ1	:	1	+	ПХ9	×
50	/-/	XП0	ПХ7	ПХ8	+	2	:	ПХ4	:	XП1
60	FX <sup>2</sup>	ПХ1	-	ПХ6	×	XП1	ПХ6	ПХ4	:	FX <sup>2</sup>
70	ПХ6	×	2	4	:	XП9	ПХв	ПХс	Fcos	×
80	ПХd	ПХe	Fcos	×	+	/-/	XПa	ПХ6	FX <sup>2</sup>	ПХ5
90	FX <sup>2</sup>	-	XП5	ПХ7	ПХ4	:	1	+	ПХ8	ПХ4
100	:	1	+	×	C/П	F	АВТ			

В ручному режимі після виконання програми

ПХ5	:	F1/x	$F\sqrt{\quad}$	ПХ0	ПХ1	+	ПХ9	+	ПХa	+	ПХ6
			d	ΔS <sub>1</sub>	ΔS <sub>2</sub>		ΔS <sub>3</sub>		ΔS <sub>4</sub>		S

Протокол розрахунку по програмі

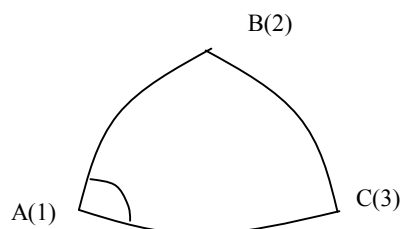
№ п/п	Введення даних	Результат	Комент.
1	0,0066934 XП2		e <sup>2</sup>
2	6378245 XП3		a <sub>м</sub>
3	В/О C/П		
4	20285,32 c/п		S <sub>м</sub>
5	1277,33 c/п		H <sub>1м</sub>
6	689,81 c/п		H <sub>2м</sub>
7	74°39' $k \overrightarrow{\sigma}$ c/п		A <sub>м</sub>
8	53°28' $k \overrightarrow{\sigma}$ c/п		B <sub>м</sub>
9	1,225 c/п		e <sub>м</sub>
10	32°10' $k \overrightarrow{\sigma}$ c/п		θ <sub>1</sub>
11	0,342 c/п		e <sub>2м</sub>
12	70°30' $k \overrightarrow{\sigma}$ c/п		θ <sub>2</sub>
13		1,0003078	
14	ПХ5		
15	:		
16	F1/x		
17	$F\sqrt{\quad}$	20273,69 м	d
18	ПХ0	-8,509901	ΔS <sub>1</sub>

19	ПХ1	-3,121431	$\Delta S_2$
20	+		
21	ПХ9	0,00851532	$\Delta S_3$
22	+		
23	ПХa	-1,15189	$\Delta S_4$
24	+	-12,7747	$\Sigma \Delta S$
25	ПХ6	20285,32	S
26	+	20272,545	$S_0$

### Лабораторна робота № 15

Редукування горизонтальних напрямків  
в трикутнику триангуляції.

1. Вихідні дані:



$$B_1 = 53^\circ 26' + N'$$

$$L_1 = 88^\circ 39' + N'$$

$$A_{12} = 74^\circ 25' + N'$$

$$S_{12} = 20285 \text{ м} + N_n$$

N – дві останні цифри шифру залікової книжки.

Виміряні горизонтальні напрямки, приведені до центрів знаків:

Назви вершин	Назви напрямків	Виміряні напрямки
A	B	0°00'00,00"
	C	64°25'38,72"
B	C	0°00'00,00"
	A	53°40'18,47"
C	A	0°00'00,00"
	B	61°54'05,80"

Ухили виска і висоти						
Пункти	$H_q$ , м	$\zeta$ , м	$\xi$	$\eta$	i, м	V, м
A	1228	41	10,3"	7,4"	8	10
B	625	42	15,4"	9,6"	20	23
C	929	41	-6,5"	-4,3"	15	17

2. Наближене рішення трикутників:

Вершини	Номера кутів	Виміряні кути	Sin кутів	Довжини сторін, м
A	1	64°25'38,7	0,90203	20742

		2"		
B	2	53°40'18,4 7"	0,80564	18526
C	3	61°54'05,8 0"	0,88214	$\frac{20285}{\text{на}}$ вихід

3. Розрахунок наближених геодезичних координат і азимутів:

$$b' = (B_2 - B_1)' = S_{12} \frac{\rho'}{R} \cos A_{12};$$

$$l' = (L_2 - L_1)' = S_{12} \frac{\rho'}{R} \sin A_{12} \sec B_1;$$

$$a' = (A_{12} \pm 180^\circ - A_{12}) = S_{12} \frac{\rho'}{R} \sin A_{12} \operatorname{tg} B_1;$$

$$\rho' = 3437,7'; \quad R = 6371 \text{ км} .$$

Елементи формул	A(1) B(2)	Елементи формул	A(1) B(2)	Елементи формул	A(1) B(2)
A	74°25'	l	18'	tgB <sub>2</sub>	0,3481
	-	L <sub>2</sub>	68°57'		14,2'
A <sub>12</sub>	74°25'	$\rho / R$	0,5396	Ці обчислення розмістити в одній колонці. Аналогічно передаються координати по лініям BC і AC.	
	14'	S <sub>12</sub>	20,285		
A <sub>21</sub>	254°39'	cosA <sub>12</sub>	0,2686		
B <sub>1</sub>	53°26'	b	2,9'		
	3'	l	17,7'		
B <sub>2</sub>	53°29'	cosB <sub>1</sub>	0,5958		
	68°39'	sinA <sub>13</sub>	0,9632		

4. Обчислення ctgZ:

$$\operatorname{ctg} Z_{12} = \frac{(H_q^2 + V_2) - (H_q^1 + i_1)}{S_{12}} - \frac{S_{12}}{2R} .$$

Елементи формул	A B	B A	B C	C B	A C	C A
	648	1238	946	648	946	1238
	1236	645	645	944	1236	944
a-b	-588	593	301	-296	-290	294
S <sub>12</sub>	20,28	20,28	20,74	20,74	18,53	18,53
	-0,0290	0,0292	0,0145	- 0,0143	- 0,0157	0,0159
2R	12,74*10 <sup>3</sup>					
	-0,0016	-0,016	- 0,0016	- 0,0016	- 0,0014	- 0,0014
	-0,0306	0,0276	0,0129	-	-	0,0145

				0,0159	0,0171	
--	--	--	--	--------	--------	--

5. Вихідні дані для обчислення редуції.

Назви вершин	H <sub>q, м</sub>	ζ	V	ξ	η	B	S, км	A <sub>12</sub>	ctgZ <sub>12</sub>	На пункт
A	1228	41	10	10,3"	7,4"	53°26'	20,74	74°25' 188°51'	- 0,0306 - 0,0171	B C
B	625	42	23	15,4	9,6	53°29'	18,53	200°59' 254°39'	0,0129 0,0276	C A
C	929	41	17	-6,5	-4,3	53°19'	20,28	319°01' 20°54'	0,0145 - 0,0159	A B

6. Обчислення поправок за відносно відхилення прямовисних ліній по формулі:

$$\delta'_{12} = (\eta_1 \cos A_{12} - \xi_1 \sin A_{12}) \text{ctg} Z_{12}$$

?? <sub>C</sub>	0,3"	15,4"	15,4"	-6,5"	-6,5"	10,3"
η <sub>1</sub>	7,4"	9,6"	9,6"	-4,3"	-4,3"	7,4"
A <sub>12</sub>	74°25'	254°39'	200°59'	20°54'	319°01'	138°51'
η <sub>1</sub> cosA <sub>12</sub>	1,9876	-2,5421	-8,9635	-	-3,1962	-5,5722
-ξ <sub>1</sub> sinA <sub>12</sub>	-	14,8502	5,5147	2,3770	-4,3478	-6,9123
Σ	-7,9344	12,3081	-3,4488	-	-7,5440	-
ctgZ <sub>12</sub>	-0,0306	0,0276	0,0129	-0,0159	0,0145	-0,0171
δ <sub>1</sub>	0,243"	0,340"	-0,044"	0,026"	-0,109"	0,214"
cosA <sub>12</sub>	0,2686	-0,2648	-0,9337	0,9342	0,7433	-0,7530
sinA <sub>12</sub>	0,9633	-0,9643	-0,3581	0,3567	-0,6689	0,6711

7. Обчислення поправок за висоту візирної цілі над поверхнею еліпсоїда:

$$\delta''_{12} = 0,108 H_2 \cos^2 B_2 \sin 2A_{12},$$

H<sub>12</sub> - в кілометрах;

$$H^2 = H_q^{2'} + \zeta_2 + V_2$$

Елементи формул	1 А 2 В	В А	В С	С В	С А	А С
$H_q^2$	625	1228	929	625	1228	929
$\zeta_2$	42	41	41	42	41	41
$V_2$	23	10	17	23	10	17
$H_2$	0,690	1,279	0,987	0,690	1,279	0,987
$2A_{12}$	48°50'	149°18'	41°58'	41°44'	278°02'	277°42'
$B_2$	53°29'	53°26'	53°19'	53°29'	53°26'	53°19'
$\sin 2A_{12}$	0,518	0,511	0,669	0,666	0,990	-0,991
$\cos^2 B^2$	0,354	0,355	0,357	0,354	0,350	0,357
$\delta_2$	0,014"	0,026"	0,025"	0,018"	-0,049"	-0,038"

8. Обчислення поправок за перехід від азимутів нормальних січень до азимутів геодезичних ліній.

$$\delta_{12}''' = -0,0282 S_{12} \sin 2A_{12} \cos^2 B_{12},$$

де S – в сотнях кілометрів.

Елементи формул	1 А 2 В	В С	С А
$2A_{12}$	148°50'	41°58'	278°02'
$B_1$	53°26'	53°29'	53°19'
$\sin 2A_{12}$	0,518	0,669	-0,990
$\cos^2 B_1$	0,355	0,354	0,357
$S_{12}$	0,203	0,207	0,185
$\delta_3$	0,000"	0,000"	0,000"

9. Напрямки редуковані на поверхню референц-еліпсоїда.

Напрямки		Виміряні напрямки	Поправки			$\Sigma \delta$	$(\Sigma \delta)_o$	Редуковані напрямки
			$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$			
А	В	0°00'00,00"	0,243"	0,014"	0,000"	0,26"	0,00"	0,00"
	С	64°25'38,72"	0,214"	-0,038"	0,000"	0,18"	-0,08"	38,64"
В	С	0°00'00,00"	-0,044"	0,025"	0,000"	-0,02"	0,00"	0,00"
	А	53°40'18,47"	0,340"	0,026"	0,000"	0,37"	0,39"	19,26"
С	А	0°00'00,00"	-0,109"	-0,049"	0,000"	-0,16"	0,00"	0,00"

	В	61°54'05,80"	0,026	0,018	0,000	0,04	0,20	06,00
--	---	--------------	-------	-------	-------	------	------	-------

№ п/п	Введения даних	Результат	Позначення
10	74°25' $k^{\circ\vec{r}}$ С/П		A <sub>12</sub>
11	53°26' $k^{\circ\vec{r}}$ С/П		B <sub>1</sub>
12	88°39' $k^{\circ\vec{r}}$ С/П		L <sub>1</sub>
13	С/П, С/П		
14		20742,584 С/П	S <sub>BC</sub>
15		18525,788 С/П	S <sub>AC</sub>
16		+2,94'	b'
17	60 ПХС+ХП5		
18	$k^{\circ\vec{r}}$	53°28'56,42" С/П	B <sub>2</sub>
19		+17,6967 С/П	l'
20		+14,213	a'
21	В/О С/П		
22	625С/П		$H_q^2$
23	23С/П		V <sup>2</sup>
24	1228С/П		$H_q^1$
25	8С/П		i <sub>1</sub>
26	20285С/П		S <sub>12</sub>
27	7,4" С/П		η <sub>1</sub>
28	74°25' $k^{\circ\vec{r}}$ С/П		A <sub>12</sub>
29	10,3 С/П		ξ <sub>1</sub>
30	42 С/П		ζ <sub>1</sub>
31	БП47 С/П	+0,2426 С/П	δ <sub>1</sub>
32		+0,0132 С/П	δ <sub>2</sub>
33	53°26' $k^{\circ\vec{r}}$		B <sub>1</sub>
34	Fcos,FX <sup>2</sup> , ,-/		
35		+0,000213	δ <sub>3</sub>
36	ХП7, ПХ6,		
37	ПХ4	+0,256	Σδ
38	В/О С/П		
39	1228 С/П		$H_q^2$

40	10 С/П		$V^2$
41	625 С/П		$H_q^1$
42	20 С/П		$i_1$
43	20285 С/П		$S_{12}$

Програма редукування горизонтальних напрямків.

Епрг	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	5	ХП4	9	ХП0	С/П	КХП4	FLO	04	С/П	ПХа
10	ПХ8	Fsin	:	ХП0	ПХ6	Fsin	×	С/П	ПХ0	ПХ7
20	Fsin	×	С/П	ПХа	ПХ9	×	ПХ2	:	ХП0	ПХb
30	Fcos	×	С/П	ХП0	ПХb	Fsin	×	ХП0	ПХc	Fcos
40	:	С/П	ХП0	ПХc	Ftg	×	С/П	ПХ6	ПХ7	+
50	ПХ8	ПХ9	+	-	ПХа	:	ХП0	ПХа	ПХ2	:
60	2	:	ХП0	↔	-	ХП0	ПХb	ПХc	Fcos	×
70	ПХd	ПХc	Fsin	×	-	ПХ0	×	ХП4	С/П	ПХ6
80	ПХe	+	ПХ5	Fcos	$Fx^2$	×	ПХc	2	×	Fsin
90	×	ПХ1	×	ХП6	С/П	ПХа	$Fx^2$	ПХc	2	×
100	Fsin	×	ПХ3	×	С/П	F	АВТ			

В ручному обрахунку		
105	Fcos	
106	$Fx^2$	
107	×	
108	/-/	
109	ХП7	$\delta_3$
110	ПХ6	
111	+	
112	ПХ4	
113	+	$\Sigma\delta$

Протокол розрахунку по програмі

№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
1	6371110 ХП2		R, м
2	0,000108 ХП1		const.
3	2,82/-/ВП12/-/ХП3		const.
4	В/О С/П		
5	$64^{\circ}25'38,72'' k^{\circ\prime\prime}$ С/П		$A_1$
6	$53^{\circ}40'18,47'' k^{\circ\prime\prime}$ С/П		$B_2$
7	$61^{\circ}54'05,80'' k^{\circ\prime\prime}$ С/П		$C_3$
8	3437,7С/П		$\rho'$
9	20285С/П		$S_{12}, м$



№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
44	9,6" С/П		$\eta_1$
45	254°39' $k \vec{\sigma}$ С/П		$A_{BA}$
46	15,4" С/П		$\xi_2$
47	41 С/П		$\zeta_2$
48	БП47 С/П		
49		+0,340" С/П	$\delta_1$
50		+0,025" С/П	$\delta_2$
51	53°29' $k \vec{\sigma}$		$B_1$
52	$F \cos, FX^2, ,/-/$	+0,0002097	$\delta_3$
53	ХП7, ПХ6, +		
54	ПХ4 +	+0,365	$\sum \delta$

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Закатав П. С. Курс высшей геодезии. М.: Недра, 1976.
2. Зданович В. Г. Высшая геодезия. М.: Углетехиздат, 1954.
3. Морозов Н. П. Курс сфероидической геодезии. М.: Недра, 1969.
4. Урмаев Н. А. Сфероидическая геодезия. М.: Ред. изд. отд. ВТС, 1955.
5. Беспалов Н. А. Методы решения сфероидической геодезии. М.: Недра, 1980.
6. Пеллинен Л. П. Высшая геодезия. М.: Недра, 1964.
7. Черняга П. Г., Літнарлович Р. М. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт і контрольної роботи з курсу «Основи вищої геодезії», УДАВГ, Рівне, 1997.

Міністерство освіти і науки України  
Чернігівський державний інститут економіки і управління

Кафедра геодезії землевпорядкування та кадастру

ОБЧИСЛЕННЯ ДОВЖИНИ ДУГИ МЕРИДІАНА, ПАРАЛЕЛІ, ДОВЖИН  
РАМОК СФЕРОЇДНОЇ ТРАПЕЦІЇ І ЇЇ ПЛОЩІ

Розрахунково-графічна робота № 1

**Виконав:**.....

**Перевірив:**.....

Чернігів - 2002 р.

## 1. Обчислення довжини дуги меридіана

Довжина дуги меридіана на еліпсоїді між точками з широтами  $B_1$  і  $B_2$ , визначається еліптичним інтегралом який має вигляд:

$$S_M = \int_{B_1}^{B_2} M dB = a(1-e^2) \int_{B_1}^{B_2} (1-e^2 \sin^2 B)^{-\frac{3}{2}} dB, \quad (1.1)$$

який не береться в елементарних функціях. Тому використані для обчислення формули є дещо наближеними. В цій формулі  $e^2$  - ексцентриситет. Розкладаючи підінтегральний вираз в ряд, який сходиться, за ступенями першого ексцентриситету  $e^2$  виконуючи почленне інтегрування, отримуємо формулу:

$$S_M = M_m \frac{(B_2 - B_1)}{\rho''} \left[ 1 + \frac{1}{8} e^2 \frac{(B_2 - B_1)^2}{\rho''^2} \cos B_m \right], \quad (1.2)$$

похибка якої не перевищить 1 см при довжині дуги  $S < 400$  км. Використовуючи формулу Симпсона числового інтегрування, одержимо другу формулу для обчислення  $S_M$ :

$$S_M = \frac{(B_2 - B_1)}{6\rho''} (M_1 + 4M_m + M_2). \quad (1.3)$$

Похибка формули 1.3 не перевищує 1-2 см при довжині дуги до 500 км. У наведених далі формулах  $B_1$ ,  $B_2$  - широти кінцевих точок дуги;

$$B_m = \frac{1}{2}(B_1 + B_2) - \text{середня широта,}$$

$M_m$  - радіус кривизни меридіана в точці з широтою  $B_m$ .

Якщо довжина дуги меридіана перевищує 400-500 км і при використанні формул 1.2, 1.3 потрібно зберегти вказану точність обчислень, то дугу необхідно розділити на частини і до кожної частини окремо застосувати формулу 1.2 або 1.3.

### Вихідні дані:

$$B_1 = 45^\circ 30' 17,221'' + 0^\circ N = 45^\circ 30' 17,221''$$

$$B_2 = 49^\circ 29' 58,938'' - 0^\circ N = 49^\circ 29' 58,938''$$

де  $N$  - номер варіанта студента в мінутах. **Робочі формули:**

$$M = \frac{C}{V^3} \quad ; \quad V = \sqrt{1 + e^2 \cos^2 B} \quad ; \quad M_i = a(1-e^2) \frac{1 + 0.25e^2 \sin^2 B_i}{1 - 0.25e^2 \sin^2 B_i}$$

де  $C$  - радіус кривизни меридіана на полюсах еліпсоїда:

$$C = \frac{a^2}{b}$$

де а і b - велика і мала півосі еліпсоїда,  
e' - другий ексцентриситет.

Для еліпсоїда Красовського  $e^2 = 0,006693421623$ ;  $a = 6378245$  м;  $c = 6399699$ м;

$$\frac{1}{6\rho''} = 8080228 \cdot 10^{-13}; \quad 1,25e^2 = 0,008366877; \quad a(1 - e^2) = 6335552,717.$$

Робоча формула контрольного обрахунку:

$$S_M = M_m \frac{(B_2 - B_1)}{\rho''} \left[ 1 + 1,967 \cdot 10^{-14} \cdot (B_2 - B_1)^2 \cos 2B_m \right]$$

Обчислення бажано проводити на програмованих мікрокалькуляторах "Електроніка МК-52" або "МК-61", які забезпечують 8 вірних значащих цифр.

Програма №1 обрахунку довжини дуги										
F	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	C/	K <sub>опт</sub>	X	C/	K <sub>опт</sub>	XП	+	2	:	XП
10	Fsi	FX <sup>2</sup>	X	0	•	0	0	8	3	6
20	6	8	X	X	1	-	/-/	XП	5	:
30	X	ПХ	x	1	+	:	XП	6	3	3
40	5	5	5	2	•	7	XП	ПХ	:	XП
50	C/	ПХ	Fs	F	XП	ПХ	x	1	+	1
60	П	ПХ	x	-	:	ПХ	x	XП	C/	ПХ
70	Fsi	FX <sup>2</sup>	X	П	x	1	+	1	П	ПХ
SO	x	-	:	П	x	XП	C/	ПХ	+	ПХ
90	4	x	+	П	x	ПХ	ПХ	-	3	6
100	0	0	x	X	x	C/	F	AB		

Протокол обрахунку за програмою							
№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
1	8080228 ВП 13 /-		1/6ρ''	5		6370625,2	M <sub>m</sub>
2	В/О С/П			6		6368391	M <sub>1</sub>
3	45°48'17,22 1" С/П		B <sub>1</sub>	7		6372843,1	M <sub>2</sub>
4	49°47'58,93 8" С/П		B <sub>2</sub>	8		444188,52	S <sub>M</sub>

№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення

1	ПХО		B <sub>m</sub>	10	1		
2	2			11	+		
3	x			12	ПХа		(B <sub>2</sub> -
4	Fcos			13	X		
5	ПХа			14	ПХ8		
6	Fx <sup>2</sup>			15	X		
7	x			16	206264		
8	1,967 ВП 14			17			
9	x			18		444188, 52	S <sub>M</sub>

## 2. Обчислення довжини дуги паралелі

Довжину дуги паралелі, як довжину частини кола знаходимо як добуток радіуса даної паралелі  $r = N \cos B$  на різницю довгот  $l = L_2 - L_1$  крайніх точок шуканої дуги:

$$S_n = \frac{l''}{\rho''} N \cos B, \quad (2.1)$$

де N - радіус кривизни першої вертикалі Значення N можна одержати за формулою:

$$N = \frac{C}{V} \quad (2.2)$$

або для контролю за формулою

$$N = \frac{a}{W}, \quad (2.3), (2.4)$$

$$\text{де } W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}$$

### Вихідні дані:

$l = L_2 - L_1 = 0^\circ 45' 46,882'' + N'' = 0^\circ 46' 04,882''$ ,  $B = 54^\circ 32' 19,354'' + N' = 54^\circ 50' 19,354''$  де N - номер варіанта студента в мінутах

**Робочі формули:**  $S_n = \frac{l''}{\rho''} N \cos B$ ,  $l'' = L_2 - L_1$ ,  $N = a \frac{1 - 0,25e^2 \sin^2 B}{1 - 0,75e^2 \sin^2 B}$ .

**Контрольні формули:**  $S_n = Y_2 - Y_1$ ,  $Y_2 = \frac{(l+1800)''}{\rho''} N \cos B$ ,  $Y_1 = \frac{1800''}{\rho''} N \cos B$

### Програма № 2 обрахунку довжини паралелі

F	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	C/П	K <sub>ош</sub> →	XП1	C/П	K <sub>ош</sub> →	XП2	-	3	6	0
10	0	XПd	x	XП3	C/П	K <sub>ош</sub> →	XП4	Fsin	Fx <sup>2</sup>	XП
20	0	•	0	0	5	0	2	0	1	XП
30	3	:	XП6	1	XП6	ПХ7	x	-	1	ПХ
40	ПХ	x	-	:	6	3	7	8	2	4

50	5	ХП8	х	ХПе	С/П	ПХ4	Fcos	х	ХП	ПХ
60	х	2	0	6	2	6	4	·	8	0
70	6	ХПа	:	С/П	ПХd	2	:	ПХ	ПХ	:
80	ХП	ПХс	ПХ3	+	ПХа	:	ПХd	х	С/П	ПХ
90	ПХ	х	С/П	-	С/П	F	АВ			

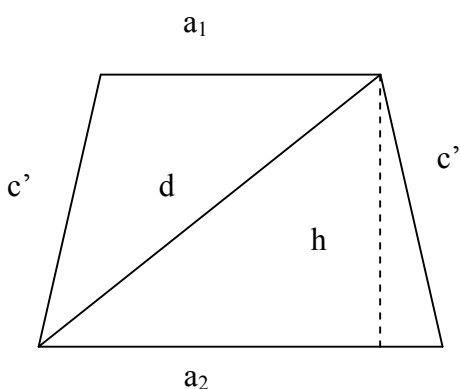
### Протокол № 2 обрахунку за програмою

№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
	В/О С/П		L	6		6392559,6	N
2	0°46'04,882" С/П		L <sub>2</sub> =l	7		49346,723	S <sub>n</sub>
3	0 С/П		L <sub>1</sub> =0	8		81472,54	Y <sub>2</sub>
4		2764,881	l''	9		32125,82	Y <sub>1</sub>
5	54°50'19,354" С/П		B	10		49346,722	S <sub>n</sub>

### 3. Розрахунок довжин сторін сфероїдальної трапеції

Знімальна трапеція являє собою обмежену меридіанами і паралелями частину поверхні еліпсоїда. Тому обчислення довжин сторін трапеції вводиться до обчислення довжин дуг меридіанів і паралелей формулами 1.2 і 2.1, причому в формулі 1.2 можна відкинути малий другий член в квадратних дужках, так як сторони мінімальних трапеції відносно невеликі. На площині в проекції Гаусса сторони трапеції масштабом 1:100 000 і крупніше зображаються практично прямими. Звичайне знімання масштабів 1:1 000 000 - 1:25000 виконується з використанням 6-градусної зони, питання більш крупного масштабу - з використанням 3-градусної зони. У цих випадках спотворення довжин рамок трапецій з проекції Гаусса малі і ними практично нехтують.

**Робочі формули:**



$$a_1 = \frac{100l''}{m\rho''} N_1 \cos B_1 \quad (3.1)$$

$$a_2 = \frac{100l''}{m\rho''} N_2 \cos B_2 \quad (3.2)$$

$$c_1 = \frac{100}{m\rho''} (B_1 - B_1)'' M_m \quad (3.3)$$

$$N_1 = a \frac{1 - 0,25e^2 \sin^2 B_1}{1 - 0,75e^2 \sin^2 B_1} \quad (3.4)$$

$$a(1-e^2) \frac{1+0,25e^2 \sin^2 B_m}{1-1,25e^2 \sin^2 B_m} \quad (3.5)$$

$$\Delta B'' = (B_2 - B_1)^\circ \cdot 3600 \quad (3.6)$$

де  $l'' = (L_2 - L_1)''$  - різниця довгот східної і західної рамок,  $B_1$  і  $B_2$  - широти південної і північної рамки,  $M_m$  - радіус кривизни меридіана на широті  $B_m = 1/2 (B_1 + B_2)$ ,  $t$  - знаменник масштабу знімання

При виконанні обчислень величини  $M_m$ ,  $N_1$ ,  $N_2$  виражають в метрах Коефіцієнт 100 введений для того, щоб одержати розміри рамок в сантиметрах

Довжина  $d$  діагоналі трапеції, яку використовують для контролю побудови останньої на знімальному планшеті, обчислюється за формулою:

$$d = \sqrt{a_1 a_2 + c'^2}$$

Якщо задана номенклатура трапеції, довжини рамок якої і площі необхідно вирахувати, то перш за все необхідно визначити геодезичні координати  $B$  і  $L$  її вершин Для цього спочатку знаходять координати вершин трапеції масштабу 1:1000000, в якій розташована задана трапеція Це роблять за допомогою бланкової номенклатурної карти Якщо така карта відсутня, то вказані координати можна визначити самому, знаючи, що розмір трапеції масштабу 1:1000000 складає 4" за широтою і 6° за довготою а в її номенклатуру входять велика буква латинського алфавіту - позначення широтного поясу і цифри - позначення довготної колони Широтні пояси відраховуються від екватора, а колони - від меридіана 180" на схід. так. що

Грінвічський меридіан є західним меридіаном колони № 31. Нагадаємо латинський алфавіт для широт від нуля до 80°

У дужках після кожної букви вказана в градусах широта північної паралелі кожного пояса

A (4)	B (8)	C(12)	D(16)	E (20)	F(24)	G(28)
H(32)	I(36)	J(40)	K(44)	L(48)	M (52)	N(56)
O(60)	P(64)	Q(68)	R(72)	S (76)	T(80)	

Знаючи що в листі карти масштабу 1:1000000 розміщені 144 листи карти масштабу 1:100000 або 36

листів карти масштабу 1:200000 або 9 листів карти масштабу 1: 300000 за номерами цих листів

встановлюємо координати вершин відповідних трапецій Номенклатури даних трапецій записуються так

Номенклатура	Масштаб
M-42-104	1:100000
K-31-XX	1:200000
У Ш - - 42	1:300000

Розміри вказаних трапецій складають відповідно за широтою і довготою 20' і 30', 40' і 1°, 1°20' і 2° Лист карти масштабу 1:100000 ділиться на 4 листи карти масштабу 1:50000, які позначаються буквами А Б В Г (розмір листів 10' за широтою і 15' за довготою), кожний лист масштабу 1:50000 ділиться на 4 листи масштабу 1:25000 і позначається буквами а, б, в, г (розміри листів 5' за широтою і 7,5' за довготою), далі в кожному листі масштабу 1:25000 міститься 4 листи масштабу 1:10000, які позначаються цифрами 1, 2, 3, 4. (розмір 2,5' за широтою і 3,45" за довготою), номенклатура цих листів записується наприклад, так

Номенклатура	Масштаб
D-41-143-Б	1:50000
E-32-99-В-2	1:25000
G-36-2-Г-а-4	1:10000

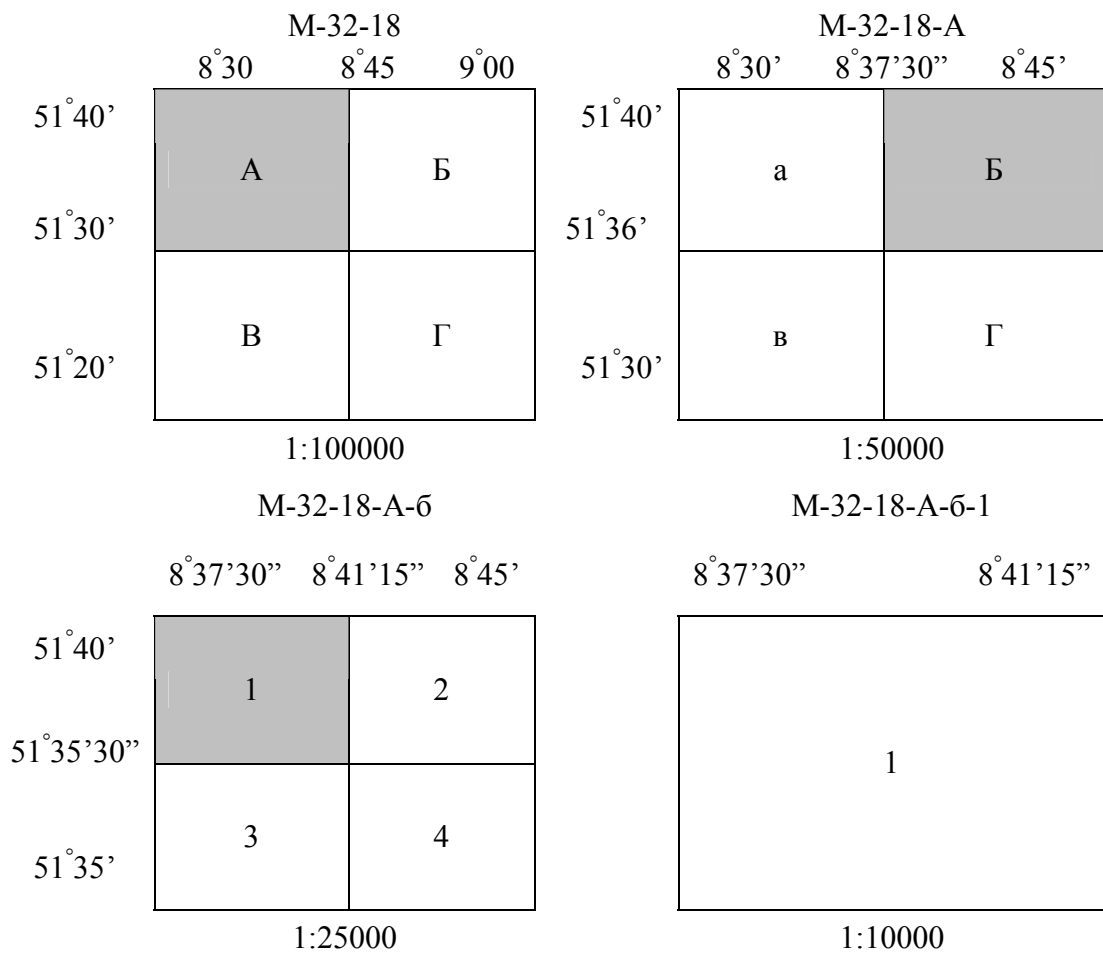
Вихідні дані: Обчислити довжини сторін знімальної трапеції номенклатури М-32-Н-А-6-1 (1:10000), М-32-18-А-6-1, де N - номер варіанта студента. Контрольні формули

$$h = \sqrt{c'^2 - \left[\frac{a_2 - a_1}{2}\right]^2}, \quad (3.8) \quad h = \sqrt{d'^2 - \left[\frac{a_2 + a_1}{2}\right]^2}, \quad (3.9) \quad d = \sqrt{a_1 \cdot a_2 + c'^2} \quad (3.10)$$

Визначення геодезичних координат вершин трапеції М-32-18-А-б-

52°	М-32												12°	
	8°30' 9°00'													
51°40'	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
51°20'	13					18							24	
51°	25												36	
	37												48	
	43												60	
	61												72	
	73												84	
	85												96	
	97												108	
	109												120	
	121												132	
48°	133												144	
	Мал.2													





Мал.. 3

Програма №3 обрахунку довжини сторін сфероїдальної трапеції										
F ПРГ	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	1	0	0	С/П	:	XΠe	С/П	$K_{\text{ош}} \rightarrow$	XΠ2	С/П
10	$K_{\text{ош}} \rightarrow$	XΠ1	+	2	:	Fsin	$Fx^2$	XΠ7	ΠX4	5
20	:	XΠ5	2	x	ΠX4	-	/-/	XΠ6	ΠX1	XΠO
30	ΠΠ	75	XΠc	С/П	ΠX2	XΠ0	ΠΠ	75	XΠd	С/П
40	1	ΠX5	ΠX7	x	+	1	ΠX4	ΠX7	x	-
50	:	ΠX8	x	С/П	ΠX2	ΠX1	-	3	6	0
60	0	x	x	ΠX9	:	ΠXe	x	С/П	$Fx^2$	ΠXc
70	ΠXd	x	+	$F \sqrt{\quad}$	С/П	1	ΠX0	Fsin	$Fx^2$	XΠd
80	ΠX5	x	-	1	ΠX6	ΠXd	x	-	:	ΠXd
90	x	С/П	ΠX9	:	ΠX0	Fcos	x	ΠX3	x	ΠXe
100	x	B/O	F	ABT						

Протокол № 3 обрахунку за програмою.							
№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення	№ п/п	Введення	Результат	Позначення
1	0,0083668		$1.25 e^2$	18	ПХс		$a_1$
2	6335552,7		$a(1-e^2)$	19	-		
3	206264,81		$\rho''$	20	2		
4	6378245		$a$	21	:		
5	225" ХПЗ		$l''$	22	ХПе		( $a_2-$
6	В/О С/П			23	$Fx^2$		
7	10000 С/П		$m$	24	ПХ1		$c^2$
8	51° 40' 00"		$B_2$	25	$\leftrightarrow$		
9	51° 37' 30"		$B_1$	26	-		
10		6391404,5	$N_1$ (м)	27	$F \sqrt{}$	46,359	$h$
11		43.282 С/П	$a_1$ (см)	28	ПХс		$a_1$
12		6391419,9	$N_2$ (м)	29	Пхе		
13		43.242 С/П	$a_2$ (см)	30	+		
14		6374871.7	$M_m$	31	$Fx^2$		
15		46.359 С/П	$c'$ (см)	32	ПХ2		$d^2$
16		63.409	$d$ (см)	33	$\leftrightarrow$		
		Контроль		34			
17	ПХd		$a_2$	35	$F \sqrt{}$	46.359	$h'$

#### 4. Обчислення площі сфероїдальної трапеції

У системі геодезичних координат  $B, L$  площа нескінченно малої трапеції, обмеженої паралелями з широтою  $B$  і  $B + dB$  та меридіанами з різницею довгот  $dL$ , виражається формулою:

$$dP = M \cdot N \cdot \cos B \cdot dB \cdot dL \quad (4.1)$$

Площа кінцевої трапеції, обмеженої широтами  $B_2$  та  $B_1$ , і довготами  $L_2$  та  $L_1$ , виразиться подвійним інтегралом.

$$P = \int_{B_1}^{B_2} \int_{L_1}^{L_2} MN \cos B dB dL \quad (4.2)$$

Виконуючи інтегрування за  $L$ , отримаємо:

$$P = b^2(L_2 - L_1) \int_{B_1}^{B_2} (1 - e^2 \sin^2 B)^{-2} \cos B db \quad (4.3)$$

Інтеграл у правій частині формули 4.3 виражається в елементарних функціях, однак для одержання більш зручної для обчислення робочої формули, підінтегральний вираз розкладають у ряд за степенями  $e^2$  і інтегрують почленно. В результаті можна одержати формулу:

$$P = \frac{2b^2(L_2 - L_1)}{\rho''} \left[ A' \sin \frac{1}{2}(B_2 - B_1) \cos B_m - B' \sin \frac{3}{2}(B_2 - B_1) \cos 3B_m + C' \sin \frac{5}{2}(B_2 - B_1) \cos 5B_m - \dots \right] \quad (4.4)$$

в якій коефіцієнти  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  і т. п. є відомими функціями ексцентриситету еліпсоїда. Для еліпсоїда Красовського:

$$A' = 1,003364 \quad B' = 1,1240 \cdot 10^{-1}; \quad C' = 1,699 \cdot 10^{-1}.$$

При обчисленні площі з точністю до  $0,01 \text{ км}^2$  у більшості випадків можна в формулі 4.4 обмежитись членами з коефіцієнтами тільки  $A'$ ,  $B'$ .

З відносною похибкою, яка не перевищує  $2 \cdot 10^{-5}$ , площу трапеції можна для контролю розрахувати за формулою:

$$P = 75456,8(L_2 - L_1)^\circ [\arcsin(K \sin B_2) - \arcsin(K \sin B_1)], \quad (4.5)$$

де  $K = 0,163133$ .

Формула 4.5 одержана наближеною апроксимацією інтеграла 4.3 аналітичним виразом, в який входить параметр  $K$ , і визначенням числового значення цього параметра з відомою площею поверхні еліпсоїда Красовського, розрахованою за точною формулою.

Програма № 4 обрахунку площі трапеції.

РПРГ	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	С/П	$K_{\text{ош}} \rightarrow$	ХП	С/П	$K_{\text{ош}} \rightarrow$	ХП1	-	ХП3	ПХ2	ПХ1
10	+	2	:	ХП0	3	x	Fcos	ХП9	ПХ3	3
20	x	2	:	Fsin	0	•	0	0	1	1
30	2	4	x	ПХ9	x	ХП8	ПХ	Fcos	ПХ3	2
40	:	Fsin	x	1	•	0	0	3	3	6
50	4	x	ХПа	ПХ8	-	ХПb	С/П	$K_{\text{ош}} \rightarrow$	ХП4	С/П
60	$K_{\text{ош}} \rightarrow$	ХП5	-	ХП6	3	6	0	0	x	ПХb
70	x	ПХc	$Fx^2$	x	2	x	ПХ	:	С/П	ПХ2
80	Fsin	ПХe	x	$F\sin^{-1}$	ПХ1	Fsin	ПХe	x	$F\sin^{-1}$	-
90	ПХ6	x	7	5	4	5	6	•	8	x
100	С/П	F	AB							

Протокол № 4 обрахунку за програмою.

№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
1	6356.863 ХПc		b(км)	6	$51^\circ 37' 30''$ С/П		$B_1$
2	206264,81 ХПd		$p''$	7		0,00022749369	1-11
3	0,163133 ХПе		K	8	$8^\circ 41' 15''$ С/П		$L_2$
4	В/О С/П			9	$8^\circ 37' 30''$ С/П		$L_1$
5	$51^\circ 40'$ С/П		$B_2$	10		20,055912	$P(\text{км}^2)$
				11		20,052173	P контр.

Міністерство освіти і науки України  
Чернігівський державний інститут економіки і управління

**Кафедра геодезії землевпорядкування та кадастру**

**РІШЕННЯ ГОЛОВНИХ ГЕОДЕЗИЧНИХ ЗАДАЧ**

**Розрахунково-графічна робота № 2**

Виконав.....:

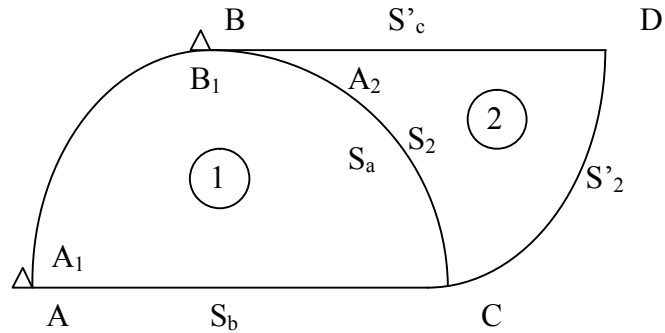
Перевірив.....:

**Чернігів – 2002**

1. Розв'язок сфероїдальних трикутників способом Лежандра.

Вихідні дані:

Назва вершин	Виміряні сферичні кути
C	63° 29'46",42
B	50° 37'30",33
A	65° 52'45",80
D	60° 31'20",65
C	46° 08'48",94
B	73° 19'50",96



Шифр 960098

$$S_{AB} = S_T + 98 \text{ м.}$$

$$B_A = B_T + 0^\circ 09' 08''$$

$$L_A = L_T + 0^\circ 09' 08''$$

$$A_{AB} = A_T + 0^\circ 09' 08''$$

$$B_A = 50^\circ 09' 21'',145 + 0^\circ 09' 08'' = 50^\circ 18' 29'',145$$

$$L_A = 61^\circ 14' 18'',213 + 0^\circ 09' 08'' = 61^\circ 23' 26'',213$$

$$A_{AB} = 168^\circ 33' 29'',81 + 0^\circ 09' 08'' = 168^\circ 42' 38'',81$$

$$S_T = 12099,48 + 98 \text{ м} = 12197,48$$

Робочі формули:

$$E = f S^2_{зв'яз} \frac{\sin A \sin B}{\sin C}, \quad (5.1)$$

$$f = \frac{\rho''}{2R_m^2} \quad (5.2)$$

Величину  $f$  вчислюють за формулами, в яких аргументом є величина  $B_m$ . Для широт від  $50^\circ$  до  $60^\circ$   $f = 2,53 \cdot 10^{-9}$ .

$$A' = A - \frac{w}{3}; \quad B' = B - \frac{w}{3}; \quad C' = C - \frac{w}{3}; \quad (5.3)$$

$$S_a = S_c \frac{\sin\left(A' - \frac{E}{3}\right)}{\sin\left(C' - \frac{E}{3}\right)}; \quad (5.4)$$

$$S_b = S_c \frac{\sin\left(B' - \frac{E}{3}\right)}{\sin\left(C' - \frac{E}{3}\right)}; \quad (5.5)$$

$$S_b = S_a \frac{\sin\left(B' - \frac{E}{3}\right)}{\sin\left(A' - \frac{E}{3}\right)}; \quad (5.6)$$

Програма № 5 розрахунку сферичних надлишків зрівноважених кутів та обчислення сторін.

ФПРГ	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	С/П	$K_{\text{омн}}^{\rightarrow}$	ХП0	С/П	$K_{\text{омн}}^{\rightarrow}$	ХП1	С/П	$K_{\text{омн}}^{\rightarrow}$	ХП2	+
10	ПХ0	+	ХП6	$K_{\text{омн}}^{\leftarrow}$	С/П	ПХ0	Fsin	ПХ1	F sin	x
20	ПХ2	Fsin	:	ПХ5	$Fx^2$	x	ПХ3	x	ХП7	С/П
30	ПХd	:	ХП7	ПХ6	ПХ7	-	1	8	0	-
40	ХП8	$K_{\text{омн}}^{\leftarrow}$	С/П	ПХ8	3	:	/-/	ХП9	ПХ0	+
50	ХП0	$K_{\text{омн}}^{\leftarrow}$	С/П	ПХ1	ПХ9	+	ХП1	$K_{\text{омн}}^{\leftarrow}$	С/П	ПХ2
60	ПХ9	+	ХП2	$K_{\text{омн}}^{\leftarrow}$	С/П	+	ПХ2	+	ПХ0	+
70	ХП6	$K_{\text{омн}}^{\leftarrow}$	С/П	ПХ7	3	:	/-/	ХПа	ПХ0	+
80	ХПО	$K_{\text{омн}}^{\leftarrow}$	С/П	ПХ1	ХПа	+	ХП1	КрнГ	С/П	ПХ2
90	ХПа	+	ХП2	Кою	С/П	ПХО	Fsin	ХПЬ	С/П	ПХ2
100	Fsin	С/П	:	ПХ5	x	F	АВТ			

Протокол № 5 обрахунку за програмою.

№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
1	3600 ХПd			22		0,77300886	
2	2.53ВП9/-/ХП3			23		10536,067	
3	193ВП6ХП4			24			
4	В/О С/П			25	73°19'50",96		$A_2$
5	12197,48 ХП5			26	46°08'48",94		$B_2$
6	65°52'45".80			27	60°31'20",65		$C_2$
7	50°37'30".33			28		180°00'00",5	$\Sigma$
8	63°29'46".42			29		0,31	$E$
9		180°00'02",6		30		$2,16 \cdot 10^{-5}$	$\omega$
10		030		31		73°19'50",88	$\angle A'_2$
11		0,0000227		32		46°08'48",86	$\angle B'_2$
12		65°52'45",04		33		60°31'20",57	$\angle C'_2$
13		50°37'29",57		34		180°00'0",3	$\Sigma$
14		63°29'45",66		35		73°19'50",78	$A_2^{\wedge}1$
15		180°00'00",3		36		46°08'48",76	$B_2^{\wedge}A$
16		65°52'44",93		37		60°31'20",47	$C_{2n}$
17		50°37'29",47		38		0.9579767	$\sin A_2$
18		63°29'45",56		39		0,87054775	$\sin B_2$
19		0.91268555		40		13689.183	$S_c$
20		0.89490316		41		0,7211182	$\sin B_2$
21		12439.852		42		10304.552	$S_c$

2. Розв'язання за способом аддитаментів двох сфероїдальних трикутників триангуляції 2 класу з вихідними даними як у завданні 1.

$$\vartheta_0 = \delta \sin A_1; \quad \nu = \nu_0 \left( 1 + \frac{\vartheta_0^2}{3} \right); \quad \vartheta = \vartheta_0 \left( 1 - \frac{\nu^2}{6} \right);$$

$$B_0 = B_1 + \rho'' \nu \left[ V_1 - \frac{e^{12}}{4} \nu (3 \sin 2B_1 + 2\nu \cos 2B_1) \right];$$

$$V_0 = \sqrt{1 + e^{12} \cos^2 B_0}; \quad \gamma = \frac{\vartheta V_0}{V_1^2}; \quad \lambda = \frac{\gamma}{\cos B_0}; \quad \tau = \lambda \sin B_0; \quad l'' = \lambda \left( 1 - \frac{\tau^2}{3} \right) \rho'';$$

$$t = \tau \left( 1 - \frac{\lambda^2 \tau}{6} \right); \quad d'' = \frac{t\gamma}{2} \left( 1 + \frac{\lambda^2}{12} \right) V_0^2 \rho''; \quad B_2 = B_0 - d''; \quad L_2 = L_1 + l'';$$

$$E = \frac{\nu \vartheta}{2}; \quad A_2 = A_1 \pm 180^\circ + (t - E) \rho''.$$

При виведенні даних формул відкидалися члени, що

вміщують  $\left(\frac{S}{C}\right)^5$ ,  $\left(\frac{S}{C}\right)^4 e^{12}$ ,  $\left(\frac{S}{C}\right)^3 e^{14}$ . При віддальх між пунктами не більше 100 км в

середніх і низьких широтах формули дозволяють визначати геодезичні координати з точністю до 0,0001" і азимути з точністю до 0,001".

В широтах північніше 60° при обчисленні різниці довгот слід застосувати більш точну формулу:

$$l'' = \rho'' \lambda \left[ 1 - \frac{\tau^2}{3} \left( 1 - \frac{(2\tau^2 + \lambda^2)}{5} \right) \right].$$

Завдання: Розв'язати прямі геодезичні задачі за способом Шрейбера (спосіб допоміжної точки), або способом із середніми аргументами із метою отримання геодезичних координат пунктів  $B$  і  $C$  та геодезичних азимутів сторін трикутника  $ABC$ .

1. Вихідні дані:

**$B_A = 50^\circ 18' 20.145''$ ;  $L_A = 61^\circ 23' 26.213''$ ;  $A_{AB} = 168^\circ 42' 38.81''$ ;  $S_{AB} = 12197.48$  м.**

Довжини сторін  $BC$  і  $AC$  та значення урівнених сферичних кутів  $B$  і  $A$  вибрати з відповідних таблиць.

**$S_{BC} = 12439.85$  м;  
 $\sphericalangle B = 50^\circ 37' 29.57''$ ;  
 $S_{AC} = 10536.07$  м;  
 $\sphericalangle A = 65^\circ 52' 45.04''$ ;**

2. Схема обчислень.

Сталі величини:

$$e^{l^2} = 6,7385254 \cdot 10^3; \quad C = 6399698,9 \text{ м}; \quad \rho'' = 206264,81''.$$

Програма № 7 розв'язання головної прямої геодезичної задачі за формулами з середніми аргументами

ФПР Г	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	С/П	$K_{\text{ош}} \rightarrow$	ХП6	ХПb	С/П	$K_{\text{ош}} \rightarrow$	ХП8	ХПd	С/П	ХП9
10	1	ПХb	$F \cos$	ХП2	$Fx^2$	ПХe	x	+	$F\sqrt{\quad}$	ХП5
20	$Fx^2$	ПХ5	x	ПХd	Fcos	x	ПХ9	ПХС	:	ХП4
30	x	ХП0	$Fx^2$	ХП3	ПХd	$F \sin$	ПХ5	x	ПХ2	:
40	ПХ4	x	ХП7	$Fx^2$	2	x	ХП2	ПХ7	ПХЬ	Fsin
50	x	$Fx^2$	ХП4	ПХ2	+	2	4	ХП5	E	1
60	+	ПХ0	x	ПХа	x	С/П	2	:	ПХ6	+
70	ХПb	ПХ3	2	x	ПХ2	+	ПХ4	-	ПХ5	:
80	1	+	ПХ4	$F\sqrt{\quad}$	x	ПХа	x	С/П	2	:
90	ПХ8	+	ХПd	ПХ4	ПХ3	-	ПХ5	:	1	+
100	ПХ7	x	ПХа	x	С/П	F	АВТ			

Протокол № 7 обрахунку за програмою.

№ п/п	Введення даних	Результат	Позна- чення	№ п/п	Введення даних	Результат	Позна- чення
1	600ХП1		<i>відр. AB</i>	36	БП 10 С/П		
2	7,29578 ХПа		<i>p</i>	37	$5,4819229 \cdot 10^{-2} \text{ C/}$		$b_3'$
3	399698.9ХПc		$c = a^2/b$	38	$9,2711877 \cdot 10^{-2} \text{ C/}$		$a_3'$
4	,73852543П3/ /ХПе		$l^2$	39	$-1,2053675 \cdot 10^1$		$l_3'$
5	С/П			40	БП10 С/П		
6	0°18'20,"145С/П		$B_A$	41	$K_{\text{ош}} \leftarrow$	$-5,4819229 \cdot 10^{-2}$	$b_4$
7	68°42'38,"81 С/П		$A_{AB}$			$-0^{\circ}03'17''34,92$	$b$
8	2197,48 С/П		$S_{AB}$	42	$K_{\text{ош}} \leftarrow$	$9,2711877 \cdot 10^2$	$a_4'$
9	$-1,0753163 \cdot 10^{-1}$ С/П		$b_1$			$0^{\circ}05'33''76,28$	$a$
10	$2,5790045 \cdot 10^{-2}$ С/П		$a_1$	43	$K_{\text{ош}} \leftarrow$	$-1,2053675 \cdot 10^{-1}$	$l_4'$



11	$3,3516801 \cdot 10^{-2}$		$l_1$			$0^{\circ}07'12''39,5$	$l$
12	БП 10 С/П		$b_2$	44		$61^{\circ}23'26''21,3$	$L_C$
13	$-1,0753748 \cdot 10^{-1}$ С/П		$a_2$			$61^{\circ}30'38''60$	<b>Lc</b>
14	$2,5711904 \cdot 10^{-2}$ С/П		$l_2$			$50^{\circ}18'29''14,5$	$B_A$
15	$3,3441313 \cdot 10^{-2}$		$h$			$-0^{\circ}03'17''34,92$	$b$
16	БП 10 С/П					$50^{\circ}15'11,79$	<b>Bc</b>
17	$-1,0753747 \cdot 10^{-1}$ С/П		$b_3$			$234^{\circ}35'23,85$	$A_{AC}$
18	$2,5711991 \cdot 10^{-2}$ С/П		$a_3$			$180^{\circ}05'33''76,28$	$180^{\circ}+a$
19		$33441429 \cdot 10^{-2}$	$l_3$			$54^{\circ}40'57''61$	$A_{CA}$
20	БП10 С/П			45	В/О С/П		<i>відр. BC</i>
21	$K_{\text{ош}}^{\leftarrow}$	- $1,0753747 \cdot 10^{-1}$ $-0^{\circ}06'27,135$ С/П	$B_4$	46	$50^{\circ}12'02''01$ С/П		$B_b$
			$B$	47	$111^{\circ}05'08''48$ С/П		$A_{BC}$
22	$K_{\text{ош}}^{\leftarrow}$	$2,5711991 \cdot 10^{-2}$	$a_4$	48	$12439,85$ С/П		$S_{BC}$
			$0^{\circ}01'32,5632$	$a$	49	$-5,265101 \cdot 10^{-2}$ С/П	$b_1''$
23	$K_{\text{ош}}^{\leftarrow}$	$3,3441429 \cdot 10^{-2}$	$l_4$	50		$1,18088 \cdot 10^{-1}$ С/П	$a_1''$
			$-0^{\circ}02'00,3891$	$l$	51		$1,5370737 \cdot 10^{-1}$ С/П
24		$61^{\circ}23'26,213$	$L_A$	52	БП10 С/П		
aAB	$0^{\circ}01'32,5632$	$61^{\circ}21'25,82$	$L_B$	53		$-5,275289 \cdot 10^{-2}$ С/П	$b_2''$
80°+ AB	$348^{\circ}42'38,81$	$-0^{\circ}06'27,135$	$b$	54		$1,1791297 \cdot 10^{-1}$ С/П	$a_2''$
AB	$348^{\circ}44'11,37$	$50^{\circ}18'29,145$	$B_A$	55		$1,5353834 \cdot 10^{-1}$	$l_2''$
		$50^{\circ}12'02,01$	$B_B$	56	БП10 С/П		
25	В/О С/П		<i>відр.</i> $AC$	57		$-5,2752751 \cdot 10^{-2}$	$b_3''$
26	$50^{\circ}18'20''14,5$ С/П		$B_A$	58		$1,1791284 \cdot 10^{-1}$	$a_3''$
27	$234^{\circ}35'24,61$ С/П		$A_{AC}$	59		$1,5353829 \cdot 10^{-1}$	$l_3''$
28	$10536,07$ С/П		$S_{AC}$	60	БП10 С/П		
29		$5,44881449 \cdot 10^{-2}$	$B_1$	61	$K_{\text{ош}}^{\leftarrow}$	$5,2752751 \cdot 10^{-2}$	$b_4''$
30		$9,2743701 \cdot 10^{-2}$	$a_1$	62		$0.030940991$	$b_4'''$

31		$-1,2053622 \cdot 10^{-2}$ *	$l_1$	63	$K_{\text{ош}}^{\leftarrow}$	$1,1791284 \cdot 10^{-1}$	$a_4''$
32	БП10 С/П			64		0.02044862	$a_4^{\text{оо}}$
33	$-5,48192 \cdot 13 \cdot 10^{-2}$ С/П		$b_2$	65	$K_{\text{ош}}^{\leftarrow}$	$1,5353829 \cdot 10^{-1}$	$l_4''$
34	$9,2711791 \cdot 10^{-2}$ С/П		$a_2$	66		$0^{\circ}09'12''74$	$l_4^{\text{оо}}$
35		-1,2053668	$l_2$				

Контроль обрахунку:

$$\begin{array}{llll}
 61^{\circ}21'2582 & L_B & 50^{\circ}15'11''91 & B_C = B_B + b \\
 61^{\circ}30'38''54 & L_C = L_B + l & 118^{\circ}05'08''48 & A_{BC} \\
 50^{\circ}12'02''01 & B_B & 180^{\circ}07'04''49 & 180^{\circ} + a \\
 0^{\circ}03'09''90 & b & 298^{\circ}12'12''97 & A_{CB}
 \end{array}$$

#### 4. Розв'язати за способом із середніми аргументами обернені геодезичні задачі в розглянутому раніше трикутнику.

Визначення довжини  $S_{1,2}$  геодезичної лінії, прямого і оберненого азимутів  $A_{1,2}$  і  $A_{2,1}$  в її початковій та кінцевій точках за відомими геодезичними координатами  $B_1$ ,  $L_1$  початку і  $B_2$ ,  $L_2$  кінця лінії.

1. Вихідні дані.

Координати пункту С взяти як середнє з двох визначень при розв'язанні прямих геодезичних задач.

$$\begin{array}{ll}
 L_A = 61^{\circ}23'26''213 & B_A = 50^{\circ}18'29''145 \\
 L_C = 61^{\circ}30'38''60 & B_C = 50^{\circ}15'11''79
 \end{array}$$

#### 2. Робочі формули.

$$b = (B_2 - B_1) / \rho''; \quad l = (L_2 - L_1) / \rho''; \quad B_m = (B_1 + B_2) / 2;$$

$$V_m = \sqrt{1 + e^{12} \cos^2 B_m}; \quad M_m = C / V_m^3; \quad N = C / V_m;$$

$$\Delta p = \frac{b^2 - (l \sin B_m)^2}{24}; \quad \Delta q = \frac{2l^2 + (l \sin B_m)^2}{24};$$

$$p = S \sin A_m = l \cos B_m N_m (1 + \Delta p); \quad q = S \cos A_m = B M_m (1 - \Delta q);$$

$$\operatorname{tg} A_m = p / q; \quad S_1 = p \sin A_m + q \cos A_m; \quad S_2 = \sqrt{p^2 + q^2};$$

$$S_{12} = (S_1 + S_2) / 2; \quad \Delta \alpha = \frac{3b^2 + 2l^2 - 2(l \sin B_m)^2}{24};$$

$$\alpha'' = l \sin B_m \rho'' (1 + \Delta \alpha); \quad A_{12} = A_m - \frac{\alpha}{2}; \quad A_{21} = A_m \pm 180^{\circ} + \frac{\alpha}{2}.$$

Програма № 8 розв'язання головної оберненої геодезичної задачі за способом із середніми аргументами.

F	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	C/П	XП4	C/П	XП5	C/П	XП6	Fcos	Fx <sup>2</sup>	ПХ1	x
10	1	+	F√	XП7	Fx <sup>2</sup>	ПХ7	x	ПХ2	:	F l/x
20	XП8	ПХ2	ПХ7	:	XП9	ПХ6	Fsin	XПа	ПХ5	x
30	Fx <sup>2</sup>	XПb	ПХ5	Fx <sup>2</sup>	2	x	+	2	4	XП7
40	:	XПd	ПХ4	Fx <sup>2</sup>	ПХb	-	ПХ7	:	XПC	1
50	+	ПХ9	x	ПХ6	Fcos	x	ПХ5	x	XПC	1
60	ПХd	-	ПХb	x	ПХ4	x	XПd	ПХC	:	F l/x
70	Ftg <sup>-1</sup>	XПC	Fsin	ПХc	x	ПХd	ПХe	Fcos	x	+
80	XП0	C/П	ПХ5	Fx <sup>2</sup>	2	x	ПХb	2	x	-
90	ПХ4	Fx <sup>2</sup>	3	x	+	ПХ7	:	1	+	ПХ3
100	x	ПХa	x	ПХ5	x	F	ABT.			

Протокол № 8 розв'язання головних обернених геодезичних задач за способом о середніми аргументами.

№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення	№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
1	6,7385254	XП1	$e^{12}$	1	В/О С/П	$eidp. BC$	
2	206264,81	XП3	$\rho''$	2	50°15'11"79		$Bc$
3	6399698,9		$C$	3	50°12'02"01	0,030978 B↑	$B_B$
4	В/О С/П		$vidp.$	4		1=Bc-B	
5	50°15'11"79		$B=B_C$	5	57,29578: C/П		$P^\circ$
6	50°18'29"145		$B=B_A$	6	61°30'38"60		$Lc-L_2$
7	57.29578:	0.03325810	$b=B-B_1$	7	61°21'25"82		$L_1=L_B$
8	61°21'25"82			8		0.091278	$l=L_C-L_B$
9	61°23'26"213			9	57,29578: C/П		$P^\circ$
10				10	50,113473 C/П	$B_m=B_1+1/2$	
11		0.0334423	$l''=L_2-$	11		124439.97	$S_{BC}$
12	57.29578:		$\rho^\circ$	12			$a''$
13	55,118589		$B_m$	13	2 :		
14		12197.475	$S_{AB}$	14	3600" :		
15		1435,05012	$a''$	15	$K_{ош}^{\leftarrow}$	0°02'52"59	$l/2a$
16	2 :			16	ПХe	-61°51'58"85	$A'_m$
17	3600" :			17	$A_m=180^\circ+ A'_m=$	118°08'01"14	$A_m$
18	$K_{ош}^{\leftarrow}$	0°01'32"36	$1/2 a$		$A_{12}=A_m=A_m-1/2$	118°05'08"55	
19	ПХe $K_{ош}^{\leftarrow}$	168°42'39"09	$A_m$		$A_m+180^\circ=$	298°08'01"14	
	$A_B=A_{12}=A_m-$	168°42'39"09			$A_{CB}=A_2=A_m+180$	=	
	$A_m+180^\circ$	481-					
	$A_{BA}=A_{21}=A_m$	48°44'11".453					

1	B/O C/Π	<i>ειδρ.AC</i>		7	10536.443 C/Π		S <sub>AC</sub> (M)
2	0,06595861		$b^{\circ}_{AC}$	8		561.919	$a''$
3	57,29578:		$P^{\circ}$	9	2 :		
4	1,9045666*1		$l_{AC}$	10	3600 :		
5	57,29578: C/Π		$P^{\circ}$	11	K <sub>οιη</sub> <sup>←</sup>	0°04'43"18	$A'_M$
6	55,03965 C/Π		$B_m$	12	Πxe K <sub>οιη</sub> <sup>←</sup>	305°21'4546	
					A <sub>m</sub> =180°- A' <sub>m</sub>	234°38'14.53	
					A <sub>AC</sub> =180°- A <sub>m</sub>  -	234°36'15.61	
					A <sub>CA</sub> =180°+ A <sub>m</sub>  +	54°40'57"72	

Міністерство освіти і науки України  
Чернігівський державний інститут економіки і управління

Кафедра геодезії землевпорядкування та кадастру

**ПРОЕКТУВАННЯ ТРИАНГУЛЯЦІЇ 2 КЛАСУ З ЕЛІПСОЇДА НА ПЛОЩИНУ  
В ПРОЕКЦІЇ ГАУСА-КРЮГЕРА**

**Розрахунково-графічна робота № 3**

Виконав:.....

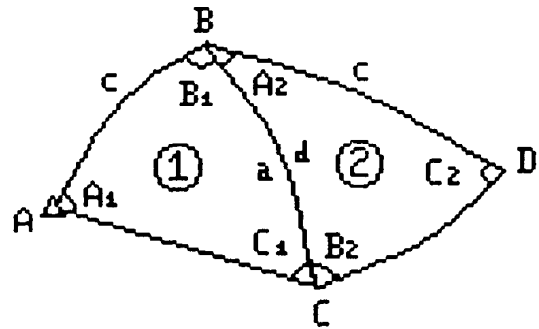
Перевірив:.....

Чернігів - 2002

**1. Спроекувати два трикутники тріангуляції 2-го класу з еліпсоїда на площину в проекції Гаусса-Крюгера і обчислити плоскі прямокутні координати їх вершин**

Вихідні дані:

№ п/п	Назва вершин	Виміряні сферичні кути
	C	63°29'46",42
1	B	50°37'30",33
	A	65°52'45",80
	D	60°31'20",65
2	C	46°08'48",94
	B	73°19'50",96



$$B_A = 50^{\circ}18'29''145$$

$$L_A = 61^{\circ}23'26''213$$

$$A_{AB} = 168^{\circ}42'38''81$$

$$S_{AB} = 12197,48$$

$$n = \frac{L_A^{\circ}}{3^{\circ}} = \frac{61.4^{\circ}}{3^{\circ}} = 20.5$$

$$n = 20, L_o = 3^{\circ} * n = 60^{\circ}.$$

Робочі формули обчислення плоских прямокутних координат і зближення меридіанів в цьому пункті за геодезичними координатами.

$$x = I_x + II_x; \quad I_x = 6367558.5 \frac{B_A^{\circ}}{\rho''};$$

$$II_x = ((a_{24}l^2 + 0.5)l^2 N - a_o) \sin B_A \cos B_A;$$

$$Y = (b_{13}l^2 + 1)lN \cos sB_A; \quad l = (L_A - L_o)'' / \rho'';$$

$$tg\gamma = (4a_{24}l^2 + i)l \sin B_A / (3b_{13}l^2 + 1);$$

$$a_{24} = (0,0025 \cos^2 B_A + 0,25) \cos^2 B_A - 0,0417;$$

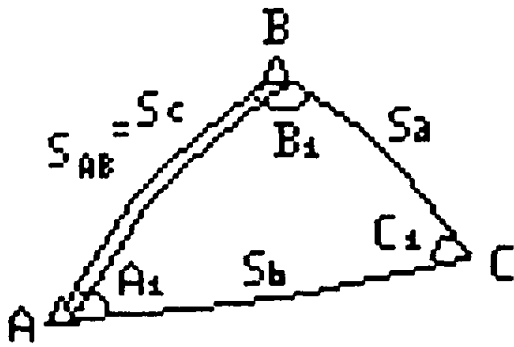
$$a_o = (0,703 \cos^2 B_A - 135,328) \cos^2 B_A + 32140,405;$$

$$b_{13} = (0,001123 \cos^2 B_A + 0,333333) \cos^2 B_A - 0,166667;$$

$$N = \frac{C}{\sqrt{1 + e^{12} \cos^2 B_A}}$$

Схема обчислень в ручному обрахунку					
№	Елементи	Результат	№	Елементи	Результат
1	$x_a$	5376140,21	9	$A_{12}$	$2,463825*10^{-1}$
2	$\beta$	50,1745373	10	$A_{24}$	$3\ 16054331*10^{-1}$
3	$\cos^2\beta$	$4,1017757*10^{-1}$	11	$B_{13}$	$65375733*10^{-1}$
4	$B_X$	51,64095806	12	$l$	$2,4270807*10^{-2}$
5	$\cos^2 B_X$	$3,85128716*10^{-1}$	13	$l^{\circ\prime\prime}$	$1^{\circ}23'26",213$
6	$N_X$	6390925,15	14	$Lo$	60
7	$Ya$	99062,45	15	$L_A$	$61^{\circ}23'26",213$
8	$Z$	$2,4386643*10^{-2}$	16	$B^{\circ}_A$	50.30809583
			17	$B_A$	$50^{\circ}18'29",140$
1	$x_b$	5566533,32	9	$A_{12}$	$246339683*10^{-1}$
2	$\beta$	50,20055833	10	$A_{24}$	$3,1598209*10^{-1}$
3		$4,11662156*10^{-1}$	11	$B_{13}$	$-265450055*10^{-1}$
4	$B_X$	50,34241061	12	$l$	$2,22393901*10^{-2}$
5	$\cos^2 B_X$	$4,07296852*10^{-1}$	13	$l^{\circ\prime\prime}$	$1^{\circ}16'59",05$
6	$N_X$	6390934,726	14	$Lo$	60
7	$Yb$	91608,137	15	$L_B$	$61'16'59",05$
8	$Z$	$2,2460227*10^{-2}$	16	$B^{\circ}_B$	50,200556
			17	$B_B$	$50'12'02",03$
1	$x_c$	5599891,67	9	$A_{12}$	$2,46024861*10^{-1}$
2	$\beta$	50,38825476	10	$A_{24}$	$3,15461412*10^{-1}$
3	$\cos^2\beta$	$4,06510712*10^{-1}$	11	$B_{13}$	$-2,65985733*10^{-1}$
4	$B_X$	50,52992911	12	$l$	$2,22293253*10^{-2}$
5	$\cos^2 B_X$	$4,0408279*10^{-1}$	13	$l^{\circ\prime\prime}$	$1^{\circ}16'12",30$
6	$N_X$	6391003,745	14	$Lo$	60
7	$Ya$	90580,59	15	$L_C$	$61^{\circ}16'12",31$
8	$Z$	$2,2296202*10^{-2}$	16	$B^{\circ}_C$	50,2532695
			17	$B_C$	$50^{\circ}15'11",77$

### 3. Наближене розв'язання трикутників і обчислення сферичних надлишків



При розв'язанні сфероїдальних трикутників в геодезичних роботах знаходять невідомі елементи, якими є дві сторони трикутника за відомими кутами  $A, B, C$  і довжиною сторони  $S_{AB}$ . Якщо різниця широт пунктів мережі триангуляції не перевищує  $2,5^\circ$ , то трикутники можна розв'язувати як сферичні з відносною похибкою  $10^8$ . Розв'язання сферичного трикутника виконують за теоремою синусів сферичної тригонометрії, виражаючи довжини сторін в градусній мірі і

роблячи зворотній перехід до лінійних величин. Беручи до уваги, що в геодезичних мережах довжини сторін трикутників значно менші від радіуса сфери, особливо коли сторони трикутника настільки малі що кривизною кулі можна нехтувати, трикутник розв'язується як плоский за формулами

$$S_B = S_C \frac{\sin B_1}{\sin C_1}, \quad S_a = S_C \frac{\sin A_1}{\sin C_1} \quad (11.1)$$

В триангуляції 1 класу кривизною кулі нехтувати не можна. Поправки за кривизну кулі при розв'язуванні сферичних трикутників як плоских за формулами (11.1) можна враховувати двома способами 1. введенням поправок в сферичні кути із збереженням довжин сторін (спосіб Лежандра) 2. введенням поправок в сторони із збереженням величини кутів (спосіб аддитаментів)

Теорема Лежандра: Якщо сторони малого сферичного трикутника не перевищують 100 км, то його можна розв'язувати як плоский, зменшуючи кожен його кут на третину сферичного надлишку:

$$E = \frac{\rho''}{2R^2} S_c \frac{\sin B \sin A}{\sin C}, \quad (11.2)$$

тоді

$$S_b = S_c \frac{\sin(B' - \frac{E}{3})}{\sin(C' - \frac{E}{3})}, \quad S_a = S_c \frac{\sin(A' - \frac{E}{3})}{\sin(C' - \frac{E}{3})}. \quad (11.3)$$



В цих формулах  $A', B', C'$  - врівноважені сферичні кути;  
 $E$  - сферичний надлишок;  $A, B, C$  - виміряні кути сферичного трикутника.

Після знаходження сферичного надлишку величину кутової нев'язки в трикутнику підраховують за формулою:

$$\omega = A + B + C - (180^\circ + E). \quad (11.4)$$

Послідовність розв'язання трикутника тріангуляції за теоремою Лежандра така:

1. Підрахування сферичного надлишку за формулою (11.2).
2. Підрахування кутової нев'язки за формулою (11.4) і врівноваження кутів.

$$A' = A - \frac{\omega}{3}; \quad B' = B - \frac{\omega}{3}; \quad C' = C - \frac{\omega}{3}. \quad (11.5)$$

3. Знаходження невідомих сторін за формулами (11.3).

### 1. Підрахування сферичного надлишку і попереднє рішення трикутників

Робочі формули (для трикутника  $ABC$ ):

$$b = c \frac{\sin B}{\sin C}; \quad a = c \frac{\sin A}{\sin C}; \quad E'' = fbc \sin A.$$

Величина  $f$  для широт від  $50^\circ$  до  $60^\circ$  приймається  $2,53 \cdot 10^{-9}$ .

Схема обчислень.

Назва верши	Назва куга	Виміряні сферичні кути	Синуси кутів	Довжини сторін	Обчислення сферичного	
C	$C_1$	63°29'46"	0,89490	12197	$f$	$2,53 \cdot 10^{-9}$
B	$B_1$	50°37'30"	0,77301	10536	$bc$	$1.3 \cdot 10^8$
A	$A_1$	65°52'46"	0,91269	12440	$\sin A$	0.91
$\Sigma$		180°00'02"			$E''$	0",30
D	$C_2$	60°31'20"65	0.87055	12440	$f$	$2,53 \cdot 10^{-9}$
C	$B_2$	46°08'49"	0,72112	10305	$bc$	$1.28 \cdot 10^8$
B	$A_2$	73°19'51"	0.95798	13689	$\sin B$	0.958
$\Sigma$		180°00'01"			$E''$	0.31

Обчислення наближеного дирекційного куга вихідної сторони

Робоча формула:

$$\alpha_{AB} = A_{AB} - (\pm \gamma_a).$$

$A_{AB}$	168°42'39"
$\gamma_a$	1°04'12"
$\alpha_{AB}$	167°38'27"

### Обчислення наближених координат пунктів

Робочі формули:

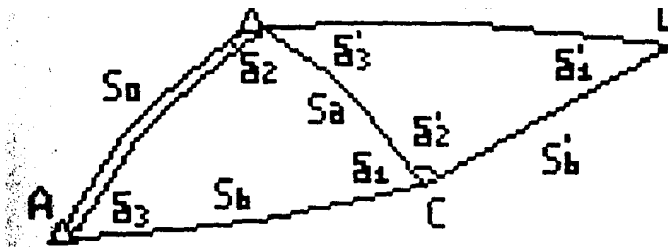
$$x_2 = x_1 + \Delta x_{12} = x_1 + S_{12} \cos \alpha_{12},$$

$$y_2 = y_1 + \Delta y_{12} = y_1 + S_{12} \sin \alpha_{12}.$$

Схема обчислень.

Елементи формул	1.A 2 B	1.A 2 C	1.B 2 C	1.B 2 D	1.C 2 D
$a$		167°38'27"	347°38'27"	297°00'57"	117°00'57"
$\text{кут}$		65°52'46"	-50°37'30"	-73°19'51"	46°08'49"
$a_{12}$	167°38'27"	233°31'13"	297°00'57"	223°40'06"	163°09'46"
$x_{12}$	5564226	5569876	5569826	5566533	5566533
$x_1$	5576140	5576140	5564226	5564226	5569876
$\Delta x$	-11914	-6264	5650	2307	-3343
$\cos a_{12}$	-0,97682	-0,59454	0,45424	-0,72335	-0,95713
$S$	12197	10536	12440	10305	13689
$\sin a_{12}$	0,21404	-0,80407	-0,89088	-0,80560	0,28965
$\Delta y$	2611	-8472	-11083	1018	-10065
$y_1$	99062	99062	101673	101673	90590
$y_2$	101673	90590	90590	91608	91608

#### 4. Обчислення редуції напрямків, кутів і довжини вихідної сторони



Робочі формули:

$$b_{12} = \frac{1}{3} f(x_1 - x_2)(2y_1 + y_2),$$

$$b_{21} = -\frac{1}{3}f(x_1 - x_2)(y_1 + 2y_2). \text{ Для трикутника } ABC:$$

$$b_1 = b_{CB} - b_{CA}; \quad b_2 = b_{BA} - b_{BC}; \quad b_3 = b_{AC} - b_{AB};$$

для трикутника DCB:

$$b'_1 = b_{DB} - b_{DC}; \quad b'_2 = b_{CD} - b_{CB}; \quad b'_3 = b_{BC} - b_{BD};$$

$$d = S + \Delta S = S + f' S \left( y_m^2 + \frac{\Delta y^2}{12} \right),$$

$$y_m = (y_1 + y_2) / 2, \quad \Delta y = y_2 - y_1.$$

Значення величини  $f$ , як і в попередній лабораторній роботі приймається  $2,53 \cdot 10^{-9}$ , а  $f'$  (для широт від  $50^\circ$  до  $60^\circ + 1,23 \cdot 10^{-8}$ ;  $f' = 1,23 \cdot 10^{-5}$ .) При обчисленні величини  $\Delta S$ , величини  $\Delta y$  і  $\Delta y$  необхідно виразити в кілометрах.

Схема обчислень.

Елементи формул	1.A 2.B	1.A 2.C	1.B 2.C	1.B 2.D	1.C 2.D
$1/3 f$	$8,43 \cdot 10^{-10}$				
$x_1$	5576140	5576140	5564226	5564226	5569876
$x_2$	5564226	5569876	5569876	5569876	5569876
$x_1 - x_2$	+11914	+6264	-5650	-2307	+3343
$y_1$	99062	99062	101673	101673	90590

Елементи формул	1.A 2.B	1.A 2.C	1.B 2.C	1.B 2.D	1.C 2.D
$y_2$	101673	90590	90590	91608	91608
$2y_1 + y_2$	299797	288714	293936	294954	272788
$b_{12}$	+3,01"	1,52	-1,40	-0,57	-0,09
$y_1 + 2y_2$	302408	280242	282853	284889	273806
$b_{21}$	2,37"	-1,48	+1,34	+0,55	+0,77
$B_1$		-1,49		+2,44	
$B_2$		-1,03		-1,91	
$B_3$		+2,82		-0,22	
$\Sigma b$		+0,30"		+0,31"	
$E''$		-0,30"		-0,31"	
$S$	12197,48				
$v_m$	10,03675				
$\Delta y$	2,6	8,5	11,1	10,1	10,2
$f'$	$1,23 \cdot 10^{-8}$				
$\Delta S$	12197,50				
$d$	0,02				

Перехід від геодезичного азимута вихідної сторони до дирекційного кута на площині.

Робоча формула:

$$\alpha_{AB} = A_{AB} - \gamma_a + b_{AB}.$$

$$\alpha_{AB} = 168^\circ 42' 38'' 81 - 1^\circ 04' 12'' 22 + 3^\circ 01' = 167^\circ 38' 56'' 69.$$

### Врівноважені кути

Схема обчислення.

Назва	Виміряні сферичні	<i>b</i>	Виміряні плоскі кути	- <i>W/3</i>	Урівняні плоскі кути	Синуси кутів	Довжини сторін
<i>C</i>	63°29'46"4	-1.49	63°29'44"93	-0,95	63°29'43"9	0,894900	12197,50
<i>B</i>	50°37'30"3	-1.03	50°37'29"30	-0,95	50°37'28"3	0,773005	10536,07
<i>A</i>	65°52'45"8	+2.82	65°52'48"62	-0,95	65°52'47"6	0,912691	12439,91
$\Sigma$	180°00'02"	+0,30	180°00'02"8	-2,85	180°00'0"		
<i>E</i>	0.30						
$\omega$	1.60						
<i>D</i>	60°31'20"6	-0.22	60°31'20"43	-0.29	60°31'20"1	0,870547	12439,91
<i>C</i>	46°08'48"9	-1,91	46°08'47"03	-0,29	46°08'46"7	0,721114	10304,55
<i>B</i>	73°19'50"9	+2.44	73°19'53"40	-0.28	73°19'53"1	0,95798	13689,31
$\Sigma$	180°00'00"	0,31	180°00'00"8	-0,86	180°00'00"		

Схема обчислень.

Елементи формул	1.A 2.B	1.A 2.C	1.B 2.C	1.B 2.D	1.C 2.D
$a_0$		167°38'56"69	347°38'56"69	297°01'28"34	117°01'28"34
<i>кут</i>		65°52'47"67	-50°37'28"35	-60°31'20"14	+46°08'46"7
$a_{12}$	167°38'56"69	233°31'44"36	297°01'28"34	223°41'35"22	163°10'15"08
$x_1$	5576140.21	5599891.67	5599891.67	5559082.62	5559082,62
$x_2$	5566533.32	5576140,21	5566533.32	5566533.32	5599891,67
$\Delta x$	+9606.89	-23751,46	33358.35	-7450.70	-40809.05
$\cos a_{12}$	+0.976856	-0.5944160	0.454372	-0.723050	-0,957172
$d_{12}$	12197.50	10536.06	12439.89	10304.55	13689,31
$\sin d_{12}$	-0.2138986	-0.8041577	-0.8908120	-0.6907956	0.2895187
$\Delta y$	-7454.31	-8481,86	-1027.55	7450.7	6423,15
$y_1$	99062.45	99062,45	91608.14	91608.14	90580,59
$y_2$	91608.14	90580.59	90580.59	84152.44	84157.44

Міністерство освіти і науки України  
Чернігівський державний інститут економіки і управління

**Кафедра геодезії землевпорядкування та кадастру**

**РЕДУКУВАННЯ СТОРІН І КУТІВ В ТРІАНГУЛЯЦІЇ**

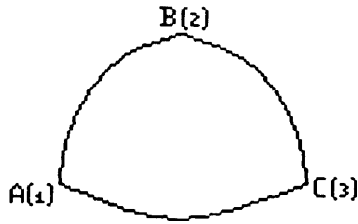
**Розрахунково-графічна робота № 4**

Виконав.....:

Перевірив.....

**Чернігів - 2002**

## 1. Редукування сторін в трикутнику тріангуляції



### Вихідні дані:

$$S=20383.32\text{М} \quad l_1=2,135\text{м}$$

$$H_1=1375,33\text{М} \quad Q_1=33^\circ 48'$$

$$H_2=787.81\text{М} \quad l_2=1,322\text{М}$$

$$A_m=76^\circ 17' \quad Q_2=72^\circ 08'$$

$$B_m=55^\circ 06'$$

$l_1, Q_1$  і  $l_2, Q_2$  - елементи приведенень відповідно для віддалеміра і відбивача.

$l_1$  - віддаль в горизонтальній площині між віддалеміром і центром знаку А;

$Q_1$  - кут в точці встановлення віддалеміра відрахований по годинниковій стрілці від напрямку по центр знаку до напрямку на відбивач.

### Робочі формули:

#### 1. Поправка за ухил

$$\Delta S_1 = -\frac{(H_2 - H_1)^2}{2S} - \frac{(H_2 - H_1)^4}{(2S)^3}, \quad (13.1)$$

$$H_1 = H_q^1 + \zeta_1 + i_1, \quad (13.2)$$

$$H_2 = H_q^2 + \zeta_2 + i_2, \quad (13.3)$$

де  $S$  - виміряна по прямій віддаль між віддалеміром на пункті А і відбивачем на пункті В;

$H_1$  і  $H_2$  - геодезичні висоти відповідно віддалеміра і відбивача;

$H_q^1$  і  $H_q^2$  - висота пунктів А і В над квазігеоїдом;

$S_1$  і  $S_2$  - висоти квазігеоїда над еліпсоїдом;

$i_1$  - висота віддалеміра над центром знаку А;

$i_2$  - висота відбивача над ентром знаку В.

#### 2. Поправка за висоту

$$\Delta S_2 = -\frac{H_m}{R_A} S + \frac{H_m^2}{R_A^2} S, \quad (13.4)$$

$$H_m = \frac{1}{2}(H_1 + H_2), \quad (13.5)$$

$$R_A = a(1 + \frac{1}{2}e^2 \sin^2 B_m - e^2 \cos^2 B_m \cos^2 A_m). \quad (13.6)$$

#### 3. Поправка за перехід від хорди до геодезичної лінії

$$\Delta S_3 = -\frac{S^3}{24R^2} \approx 1,02 * 10^{-6} S^3. \quad (13.7)$$

Поправка  $\Delta S_3$  буде виражена в метрах, якщо  $S$  виражена в кілометрах.

#### 4. Поправка за приведення до центрів знаків

$$\Delta S_4 = -(b_1 \cos Q_1 + e_2 \cos Q_2). \quad (13.8)$$

Довжину похилої дальності, спроектованої на еліпсоїд одержимо по формулі:

$$S_0^1 = S + \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \Delta S_4.$$

Довжину хорди між проєкціями точок А і В на референційований еліпсоїд можна вирахувати також по формулі:

$$d^2 = \frac{(S_{13.11} \Delta H) * (S - \Delta H)}{\left(1 + \frac{H_1}{R_n}\right) * \left(1 + \frac{H_2}{R_n}\right)}$$

$$\Delta H = H_1 - H_2.$$

Де формули 13.10 та 13.11 можна застосовувати для редукування віддалей порядку сотень км.

Програма № 13 редукування похилих ввіддалей на поверхню референційованого еліпсоїда.

ФПР	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	5	ХП4	9	ХП0	С/П	КХП	FLO	04	ПХ2	ПХa
10	F sin	Fx <sup>2</sup>	x	2	:	1	+	ХП0	ПХ2	ПХa
20	F cos	Fx <sup>2</sup>	x	ПХ9	Fcos	Fx <sup>2</sup>	x	ПХ0	-	ПХ3
30	x	I-I	ХП4	ПХ8	ПХ7	-	ХП5	Fx <sup>2</sup>	ПХ6	2
40	x	ХП1	:	ХП9	ПХ1	:	1	+	ПХ9	x
50	I-I	ХП0	ПХ7	ПХ8	+	2	:	ПХ4	:	ХП1
60	Fx <sup>2</sup>	ПХ1	-	ПХ6	x	ХП1	ПХ6	ПХ4	:	Fx <sup>2</sup>
70	ПХ6	x	2	4	:	ХП9	ПХ	ПХС	Fcos	x
80	ПХd	ПХe	F cos	x	+	I-I	ХПа	ПХb	ПХС	F
90	Fx <sup>2</sup>	-	ХП5	ПХ7	ПХ4		1	+	ПХ8	ПХ4
100	:	1	+	x	С/П	F	АВТ			

Протокол № 13 розрахунку за програмою.							
№ 1	Введення даних	Результат	Позначення	№	Введення даних	Результат	Позначення
1	0,0066934	ХП2	$e^2$	1	ПХ5		
2	6378245	ХП3	$a_m$	1	:		
3	В/0	С/П		1	F/x		
4	20383,32	С/П	$S_m$	1	F√	20398,32	$d$
5	1375,33		$H_{1m}$	1	ПХ0	-8,471799	$\Delta S_1$
6	787,81		$H_{2m}$	1	ПХ1	-3,202451	$\Delta S_2$
7	76°17'	$K_{0III} \rightarrow$	$A_m$	2	+		
8	55°06'	$K_{0III} \rightarrow$	$B_m$	2	ПХ9	0,00811320	$\Delta S_3$
9	2.135	С/П	$e_m$	2	+		
10	33°48'	С/П	$Q_1$	2	ПХa	-1,09430	$\Delta S_4$
11	1,322	С/П	$e_m$	2	+	-1375,52	$\Sigma \Delta S$
12	72°08'	$K_{0III} \rightarrow$	$Q_2$	2	ПХ6	20383,32	$S$
13		1,0003151		2	+	20397,28	$S_o$

### 1. Редукування горизонтальних напрямків в трикутнику тріангуляції

#### 1. Вихідні дані:

$$B_1 = 53^\circ 26' + N'$$

$$L_1 = 88^\circ 39' + N'$$

$$A_{12} = 74^\circ 25' + N'$$

$$S_{12} = 20285 \text{ м} + N_n$$

де N - дві останні цифри шифру залікової книжки

$$B_1=55^{\circ}04', L_1=90^{\circ}17', A_{12}=76^{\circ}03', S_{12}=20383 \text{ м}$$

Виміряні горизонтальні напрямки: приведені до центрів знаків		
Назви вершин	Назви напрямків	Виміряні напрямки
А	В	0°00'00".00
	С	64°23'38".72
В	С	0°00'00".00
	А	53°40'18".47
С	А	0°00'00".00
	В	61°54'05".80

Ухили виска і висоти						
Пункти	Н <sub>ф</sub> ,м	ζ, м	ξ	η	l,м	V,м
А	1,228	41	10.3 <sup>а</sup>	7,4"	8	10
В	62.5	42	15.4"	9,6"	20	23
С	929	41	-6.3"	-4.3"	15	17

2. Наближене рішення трикутників				
Вершини	Номера	Виміряні кути	Синуси кутів	Довжини
А	1	64°25'38".72	0.90203	20842
В	2	53°40'18".47	0,80564	18615
С	3	61°54'05".80	0,88214	20383

### 3. Розрахунок наближених геодезичних координат і азимутів

$$b' = (B_2 - B_1)' = S_{12} \frac{P'}{R} \cos A_{12},$$

$$i = (L_2 - L_1)' = S_{12} \frac{P'}{R} \sin A_{12} \sec B_1,$$

$$a' = (A_{21} \pm 180^{\circ} - A_{12}) = S_{12} \frac{P'}{R} \sin A_{12} \operatorname{tg} B_1,$$

$$p' = 3437.7', \quad R = 6371 \text{ км.}$$

Елементи формул	А В	В С	А С
$A$	76°03'	56°03'	56°03'
		55°04'	55°04'
$A_{12}$	76°03'	55°04'	20°59'
$a$	15'	12"	6"
$A_{21}$	256°18'	311°19'	21°05'
$B_1$	55°04'	90°17'	55°04'
$b$	3"	7"	10"
$b_2$	55°07'	54°57'	55°14'
$L_1$	90°17'	76°03'	90°17'
$l$	19°	15"	7"
$L_2$	90°36'	90°32'	90°24'
$p/R$	0,5396	0,5396	0,5396
$S_{12}$	20,383	20,383	20,383



$\cos A_{12}$	0,2411	-0,65759	0,93368
$b$	2,6"	7,1"	10,2"
$I$	18,6"	14,6"	6,9"
$\cos B_1$	0,5726	0,57263	0,57263
$\sin A_{12}$	0,9705	0,75337	0,3581
$tg B_2$	1,434	1,425	1,441
$a$	15,3"	11,8"	5,6"

#### 4. Обчислення $ctg Z$

$$ctg \Sigma^{15} = \frac{2^{15}}{(H_s^d + K^j) - (H_l^d + l')} - \frac{B}{2^{15}}$$

Елементи формул	A B	A B	B C	C B	A C	C A
$a =$	648	1238	946	648	946	1238
$b = H_{q1} + i_1$	1236	645	645	944	1236	944
$a - b$	-588	593	301	-296	-290	294
$S_{12}$	20,38	20,38	20,84	20,84	18,61	18,61
$(a - b) / S_{12}$	-0,0290	0,0291	0,0144	-0,0142	-0,0156	0,0158
$2R$	$12,74 \cdot 10^{-7}$					
$-S_{21} / 2R$	-0,0016	-0,0016	-0,0016	-0,0016	-0,0015	-0,0015
$ctg Z_{12}$	-0,0306	0,0275	0,0128	-0,0158	-0,0171	0,0143

#### 5. Вихідні дані для обчислення редуцій

Назва	$H_{\phi, M}$	$\zeta, M$	$v, M$	$\xi$	$\eta$	B	S, KM	$A_{12}$	$Ctg Z_{12}$	На пункт
A	1228	41	10	10,3"	7,4"	55°0 4'	20,8 4	76°03' 188°51''	-0,0306 -0,0171	B C
B	625	42	23	15,4"	9,6"	54°5 1'	18,6 1	200°59'' 256°18'	0,0128 0,0275	C A
C	929	41	17	-6,5"	-4,3"	54°5 7'	20,3 8	311°19' 21°05'	0,0143 -0,0158	A B

Обчислення поправок за відносні відхилення прямовисних ліній по формулі:

$$b_{12} = (\eta \cos A_{12} - \zeta \sin A_{12}) ctg Z_{12}$$

Елемент	A B	B A	B C	C B	C A	A C
$\xi_1$	10,3"	15,4"	15,4"	-6,5"	-6,5"	10,3"
$\eta$	7,4"	9,6"	9,6"	-4,3"	-4,3"	7,4"
$A_{12}$	76°03'	256°18'	200°59'	201°05'	311°19'	131°07'
$\eta \cos A_{12}$	1,78414	-2,2733	-8,9635	-4,0123	-2,8389	-4,8662
$-\zeta \sin A_{12}$	7,1817	9,3264	3,4378	1,5467	-3,2296	-5,5752
$\Sigma$	-5,4003	7,05312	-5,5258	5,5590	-6,0685	-10,4414
$Ctg Z_{12}$	-0,0306	0,0275	0,0128	-0,0158	-0,0171	0,0143
$b_1$	0,165"	0,194"	-0,071"	0,039"	0,104"	-0,149"
$\cos A_{12}$	0,2411	-0,2368	-0,9337	0,9331	0,6602	-0,6976
$\sin A_{21}$	0,9705	-0,9715	-0,3581	0,3597	-0,7511	0,7534

### Обчислення поправок за висоту візирної цілі над поверхнею еліпсоїда

$$b_{12}^* = 0.108H_2 \cos^2 B_2 \sin 2A_{12},$$

де  $H_2$  - в км.

$$H^2 = H_q^2 + \zeta_2.$$

Елемент	A	B	B	C	C	A
$H_2$	625	1228	929	625	1228	929
$\zeta_2$	42	41	41	42	41	41
$V_2$	23	10	17	23	10	17
$H_2$	0.690	1.279	0.987	0.690	1.279	0.987
$2A_{12}$	152°06'	152°36'	41°8'	42°10'	262°38'	262°14'
$B_2$	55°04'	55°07'	54°57'	55°04'	55°07'	54°57'
$\sin 2A_{12}$	0.4679	0.4602	0.6600	0.6713	-0.9917	-0.9908
$\cos^2 B_2$	0.328	0.327	0.334	0.328	0.327	0.330
$b_2$	0.011"	0.021"	0.023"	0.016"	-0.045"	-0.035"

### 8. Обчислення поправок за перехід від азимутів нормальних січень до азимутів геодезичних ліній

$$b_{12}'' = -0.0282S_{12}^2 B_1 \sin 2A_{12},$$

де  $S$  - в сотнях кілометрів.

Елементи формул	A	B	C
	B	C	B
$2A_{12}$	152°06'	41°18'	262°38'
$B_1$	55°04'	54°57'	55°07'
$\sin 2A_{12}$	0.4679	0,6600	-0.9917
$\cos^2 B_1$	0,328	0,330	0.327
$S_{12}$	0,204	0,208	0.186
$b_3$	-0,001"	-0,001"	-0.001"

### 9. Напрямки, редуковані на поверхню референційованого еліпсоїда

Напрямки	Виміряні напрямки	Поправки			$\Sigma b$	$(Sb)_0$	Редуковані	
		$b_1$	$b_2$	$b_3$				
A	B	0°00'00",00	0,165	0.011	-0,001	0,18"	0,00"	0,00"
	C	64°25'38",7	0.104	-0,035	-0.001	0,07"	-0.11	38,61
B	C	0°00'00",00	-0,071"	0,023	-0,001	-0,02	0,00"	0,00"
	A	53°40'18",4	0.194"	0,021	-0,001	0,22	0.24	19.11"
C	A	0°00'00",00	-0,	-0,045	-0,001	-0,19	-0,00	0,00"
	B	61°54'05",8 0	0.039	0,016"	-0,001	0,06	0.25	05,55"

**Літнарівч Руслан Миколайович,**  
..... **кандидат технічних наук, доцент**

**ОСНОВИ ВИЩОЇ ГЕОДЕЗІЇ**  
**ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ**

Комп'ютерний набір, редагування та макетування в редакторі  
Microsoft®Office® Word 2000:

Лукасов Артем Ігорович  
Драган Олена Вікторівна  
Руденок Ольга Юріївна

**Чернігівський державний інститут економіки і управління**

М. Чернігів

вул. Стрілецька, 1

[URL:www.geci.cn.ua](http://www.geci.cn.ua)

E-mail:rector@geci.cn.ua

Тел.: (0462) 179-308

(04622) 5-61-70